

Estudi del procés constructiu de ponts atirantats construïts sobre suports provisionals.

Treball realitzat per:

Joan Fraile Diana

Dirigit per:

José Turmo Coderque

Jose Antonio Lozano Galant

Grau en:

Enginyeria Civil

Barcelona, 20 de Setembre de 2017

Departament d'Enginyeria de la Construcció

TREBALL FINAL DE GRAU



Estudi del procés constructiu de ponts atirantats construïts sobre suports provisionals

*Joan Fraile Diana
Grau en Enginyeria Civil*

Agraïments

Agrair principalment al meu tutor, José Turmo Coderque i al meu codirector, Jose Antonio Lozano Galant, el seu suport i la disponibilitat per a fer reunions de seguiment, proporcionar-me el material i els coneixements necessaris per a poder afrontar el Treball final d'estudis.

A la meva família, pares i germà, el seu suport incondicional en aquest projecte i en tot el meu trajecte per l'Escola de Camins, amb els seus corresponents èxits i fracassos. Gràcies per haver contribuït en tot el que heu pogut i més.

Al becari del departament d'Enginyeria de la Construcció, per proporcionar-me l'ajuda necessària amb el software MATLAB en moments en que els meus tutors no podien respondre als meus dubtes.

Agrair també al Ministeri d'Economia i Competitivitat i als fons FEDER (BIA2013-4790-R).

Finalment no puc deixar sense nomenar els amics que em deixa l'etapa universitària, aquells que he sentit ben a prop i han compartit amb mi gran quantitat de moments. A ells i a totes les altres persones que directa o indirectament m'han fet suport i han estat al meu costat quan els he necessitat, gràcies, cadascú de vosaltres sap el que m'ha aportat i el que per mi simbolitza tenir-vos.

Abstract

Title: Study of the construction process of cable-stayed bridges built on fences.

Author: Joan Fraile Diana

Tutor: José Turmo Coderque

Cotutor: Jose Antonio Lozano Galant

The dissertation project presented below, proposes the development of a MATLAB algorithm for the study of the three-dimension structural analysis using the stiffness method.

From the practical view, the engineer is in search of simplicity when talking about the calculating process and agility when working out the results, reasons why MATLAB is one of the most and widely used program for solving engineering problems.

During the first chapters some other structural analysis software will be named used in order to cope with the three-dimension adaptation of the MATLAB code but it will not take much importance because they do not verify some of the aspects named before.

First of all, the hypothesis of the stiffness method is going to be introduced for both cases (two-dimension and three-dimension) and after that, the adaptation is going to be done presenting the most important codes.

Chapter 6 is important because of the creation of a code that calculates itself, the resulting forces at the nodes of the bars from the uniform distributed loads. This code is capable of storing the results in a text document for a later usage of those values.

This dissertation project will end with all the code presented at the end as an annex and with the validation of it doing some proposed examples. Those examples are going to be tested with the structural software called Midas Civil and checked at the same time with the three-dimension MATLAB algorithm.

Resum

Títol: Estudi del procés constructiu de ponts atirantats construïts sobre suports provisionals.

Autor: Joan Fraile Diana

Tutor: José Turmo Coderque

Cotutor: Jose Antonio Lozano Galant

El Treball Final de Grau presentat a continuació proposa el desenvolupament d'un algoritme MATLAB per a l'estudi del càlcul estructural espacial mitjançant el Mètode de la Rigidesa.

Des de la visió pràctica, l'enginyer busca simplicitat en els càlculs, rapidesa en l'obtenció de resultats i un mínim error, raons per les quals el software MATLAB és una referència a dia d'avui en la resolució de problemes relacionats amb l'enginyeria.

En els primers capítols es proposarà algun altre software de càlcul estructural utilitzat per tal de dur a terme aquesta adaptació tridimensional amb MATLAB però no cobrarà especial rellevància degut a que no verifica alguns dels aspectes introduïts en el paràgraf anterior.

D'aquesta forma, primerament s'introduiran les bases del Mètode de la Rigidesa per ambdós casos (bidimensional i tridimensional) i tot seguit es procedirà a l'adaptació espacial presentant els codis creats de més importància.

Un capítol d'especial interès serà el número 6. Aquest capítol mereix especial menció pel fet de la creació d'un codi propi per al càlcul d'esforços d'encastament perfecte, ja que com es presentarà seguidament, el Mètode de la Rigidesa no permet treballar amb esforços en barres i és necessari transformar-los a càrregues nodals.

Es conclourà aquest document amb tot el codi annexat i duent a terme una validació del mateix mitjançant exemples proposats realitzats amb el programari de càlcul estructural Midas Civil i comprovats posteriorment amb el codi MATLAB espacial creat.

Resumen

Título: Estudio del proceso constructivo de puentes atirantados construidos sobre apeos.

Autor: Joan Fraile Diana

Tutor: José Turmo Coderque

Cotutor: Jose Antonio Lozano Galant

El Trabajo de Fin de Grado presentado a continuación, propone el desarrollo de un algoritmo MATLAB para el estudio del cálculo estructural espacial mediante el método de la Rigidez.

Des de la visión práctica, el ingeniero busca simplicidad en cálculos, rapidez obteniendo resultados y el mínimo error, razones por las cuales el software MATLAB es una referencia a día de hoy en la resolución de problemas relacionados con la ingeniería.

En los primeros capítulos se va a proponer algún que otro software de cálculo estructural usado para llevar a cabo la adaptación tridimensional con MATLAB, pero no va a cobrar especial relevancia dado que no verifica alguno de los aspectos introducidos en el párrafo anterior.

Primeramente se introducirán las bases e hipótesis del método de la rigidez para ambos casos (bidimensional y tridimensional) y seguidamente se procederá a la adaptación espacial presentando los códigos de mayor importancia.

Un capítulo de especial interés será el número 6. Este capítulo merece especial mención por el hecho de la creación de un código propio para el cálculo de esfuerzos de empotramiento perfecto ya que como se va a presentar en los próximos capítulos, el método de la rigidez no permite trabajar con esfuerzos en barras y es necesario transformarlos a cargas nodales.

Finalmente se va a concluir el documento con todo el código anexo y llevando a cabo una validación del mismo mediante ejemplos propuestos realizados con el programa de cálculo estructural Midas Civil y comprobados posteriormente con el código MATLAB espacial creado.

Índex general de continguts

Pàg.

<i>Agraïments</i>	3
<i>Abstract</i>	4
<i>Resum</i>	5
<i>Resumen</i>	6
1 Introducció.....	16
1.1 Motivació	16
1.2 Objectius	17
1.2.1 Incorporació de la tercera dimensió	17
1.2.2 Creació d'un codi per a esforços en barres	17
1.2.3 Validació del codi	17
1.3 Procediments per assolir els objectius	17
1.3.1 Fase 1: Assimilació dels softwares de treball	17
1.3.2 Fase 2: Adaptació espacial del codi	18
2 Generalitats sobre el càlcul estructural.....	19
2.1 Evolució històrica del càlcul estructural	20
2.2 El Mètode de la Rigidesa	20
2.3 Procediment en l'anàlisi matricial	21
2.3.1 Identificació estructural	22
2.3.2 Matriu de rigidesa	22
2.3.3 Condicions de contorn	23
3 Problema bidimensional.....	24
3.1 Matriu de rigidesa	24
3.2 Canvi de coordenades	27
4 Problema tridimensional.....	29
4.1 Matriu de rigidesa	29
4.2 Canvi de coordenades	32
5 Adaptació del problema bidimensional al tridimensional.....	33
5.1 Identificació de les variables	34
5.2 Modificació de les matrius locals	35
5.2.1 Matrius locals per al problema bidimensional	35
5.2.2 Matrius locals per al problema espacial	36
5.3 Modificació de les matrius de transformació de coordenades	38
5.3.1 Matriu de transformació local	38
5.3.2 Matriu de transformació espacial	38
6 Codi per a esforços en barres.....	41
6.1 Codi “ <i>VectorNodalForces2.m</i> ”	42

6.2 Emmagatzematge de resultats	44
7 Codis MATLAB fonamentals.....	45
7.1 Codi “Portal2.m”	45
7.2 Codi “AA_ReadData2.m”	47
7.3 Codi “AssemblingModifiedStiffnessMatrixNEW2.m”	48
7.4 Codi “AssemblingLocalStiffnessMatrix2.m”	49
7.5 Codi “CreateForcesVector2.m”	49
7.6 Codi “ForcesandDisplacements2.m”	50
7.7 Codi “Displacements2.m”	51
8 Interfase gràfica MATLAB.....	52
9 Conclusions i validació del codi.....	55
9.1 Presentació i dades tècniques de l'exemple	56
9.1.1 Característiques del pont d'Arriaca (Guadalajara)	56
9.1.2 Procés constructiu del pont d'Arriaca (Guadalajara)	57
9.2 Càlcul estructural mitjançant Midas Civil	57
9.2.1 Definició estructural (nodes i barres)	57
9.2.2 Lleis d'esforços	60
9.3 Càlcul estructural mitjançant MATLAB	63
9.3.1 Definició estructural (nodes i barres)	63
9.3.2 Esforços d'encastament perfecte	63
9.3.3 Càrregues nodals	64
9.3.4 Resultats finals	65
9.4 Comentaris finals	66
9.4.1 Futures línies de treball	66
10 Referències bibliogràfiques.....	68

Annexos

Annex 1- Codi MATLAB per esforços en barres

Annex 2- Codi MATLAB espacial

Annex 3- Resultats càlcul estructural amb Midas Civil

Índex de figures

Pàg.

Capítol 1: Introducció.....	16
Capítol 2: Generalitats sobre el càlcul estructural.....	19
Figura 2.2.1 Comparativa eixos locals i globals	21
Capítol 3: Problema bidimensional.....	24
Figura 3.1.1 Esquema d'eixos locals per a una barra a qualsevol	25
Figura 3.1.2 Esquema de forces i desplaçaments per a una barra a qualsevol	26
Figura 3.2.1 Esquema de forces i desplaçaments en coordenades globals per a una barra a qualsevol	27
Capítol 4: Problema tridimensional.....	29
Capítol 5: Adaptació del problema bidimensional al tridimensional.....	33
Figura 5.2.1.1 Matriu d'esforç Axial en coordenades locals (2D)	35
Figura 5.2.1.2 Matriu d'esforç Flector en coordenades locals (2D)	36
Figura 5.2.1.3 Matriu d'esforç Tallant en coordenades locals (2D)	36
Figura 5.2.2.1 Matriu d'esforç Axial en coordenades locals (3D)	36
Figura 5.2.2.2 Matriu d'esforç Flector en coordenades locals per al pla XY (3D)	36
Figura 5.2.2.3 Matriu d'esforç Flector en coordenades locals per al pla XZ (3D)	37
Figura 5.2.2.4 Matriu d'esforç Tallant en coordenades locals per al pla XY (3D)	37
Figura 5.2.2.5 Matriu d'esforç Tallant en coordenades locals per al pla XZ (3D)	37
Figura 5.2.2.6 Matriu d'esforç Torçor en coordenades locals (3D)	37
Figura 5.3.1.1 Matriu de transformació de coordenades per al problema bidimensional	38
Figura 5.3.2.1 Matriu de transformació de coordenades per al problema espacial	38
Capítol 6: Codi per a esforços en barres.....	41
Figura 6.1 Esquema de biga de longitud L, amb càrrega trapezoïdal aplicada al llarg de la biga	42
Figura 6.1.1 Presentació codi càrregues aplicades en barres	43
Figura 6.1.2 Introducció de dades al codi	43
Figura 6.2.1 Format de l'arxiu de text d'esforços d'encastament perfecte	44
Capítol 7: Codis MATLAB fonamentals.....	45

Figura 7.1.1	Inici i presentació de la funció Portal2.m	46
Figura 7.1.2	Càrrega del cas d'estudi estructural	46
Figura 7.1.3	Inici del procés de càlcul de l'anàlisi directe	47
Figura 7.1.4	Desenvolupament matemàtic del càlcul estructural	47
Figura 7.2.1	Inicialització del codi "AA_ReadData2.m"	47
Figura 7.2.2	Definició de nodes i bigues que conformen l'estructura d'estudi	48
Figura 7.2.3	Introducció d'inputs al software de càlcul	48
Figura 7.3.1	Inicialització del codi per al cas global	49
Figura 7.4.1	Presentació del codi d'acoblament per al cas local	50
Figura 7.5.1	Presentació de la funció "CreateForcesVector2.m"	50
Figura 7.6.1	Presentació de la funció que combina les forces amb els desplaçaments	50
Figura 7.6.2	Matriu final 12x1 amb les components de forces i de desplaçaments	50
Figura 7.7.1	Introducció de la funció que crea els desplaçaments	51
Figura 7.7.2	Part del codi MATLAB en que queden definits els desplaçaments en les seves components	51
Capítol 8: Interfase gràfica MATLAB.....		52
Figura 8.1	Llançament de la funció "Portal2.m" i generació de la interfase gràfica	53
Figura 8.2	Càrrega del problema estructural	53
Figura 8.3	Opcions de la interfase gràfica	54
Figura 8.4	Altres opcions de la interfase gràfica	54
Capítol 9: Conclusions i validació del codi.....		55
Figura 9.1.1.1	Característiques del pont d'Arriaca (Guadalajara)	56
Figura 9.1.1.2	Model simplificat del pont d'Arriaca (Guadalajara)	56
Figura 9.1.2.1	Procés constructiu del pont d'Arriaca (Guadalajara)	57
Figura 9.2.1.1	Generació del model en Midas Civil	57
Figura 9.2.1.2	Generació del model simplificat	58
Figura 9.2.1.3	Definició dels nodes de l'estructura	58
Figura 9.2.1.4	Definició dels elements de l'estructura	58
Figura 9.2.1.5	Condicions de contorn	59
Figura 9.2.1.6	Estat de càrrega de la biga del pont	59
Figura 9.2.1.7	Estat de càrrega del pilar del pont	59
Figura 9.2.2.1	Representació de les noves condicions de contorn	60
Figura 9.2.2.2	Reaccions a la biga del pont	60
Figura 9.2.2.3	Diagrama de moments flectors per al cas del pes propi	61
Figura 9.2.2.4	Diagrama d'esforços tallants degut al pes propi de la biga	62
Figura 9.3.1.1	Definició dels nodes de l'estructura	63
Figura 9.3.1.2	Definició de les barres que conformen l'estructura	63
Figura 9.3.2.1	Esforços d'encastament perfecte per al tram de 12 m	64

Figura 9.3.2.2	Esforços d'encastament perfecte per al tram de 24 m	64
Figura 9.3.2.3	Esforços d'encastament perfecte per al tram de 16 m	64
Figura 9.3.3.1	Definició de càrregues i condicions de contorn	65
Figura 9.3.4.1	Reaccions obtingudes amb MATLAB	65
Figura 9.3.4.2	Lleis d'esforços obtingudes amb MATLAB	66
Capítol 10: Referències bibliogràfiques.....		68

<u>Índex de taules</u>	Pàg.
Capítol 1: Introducció.....	16
Capítol 2: Generalitats sobre el càlcul estructural.....	19
Capítol 3: Problema bidimensional.....	24
Capítol 4: Problema tridimensional.....	29
Capítol 5: Adaptació del problema bidimensional al tridimensional.....	33
Taula 5.1.1 Identificació i proposta d'actuals i futures variables	35
Taula 5.1.2 Característiques comunes en ambdós softwares de càlcul	35
Capítol 6: Codi per a esforços en barres.....	41
Capítol 7: Codis MATLAB fonamentals.....	45
Capítol 8: Interfase gràfica MATLAB.....	52
Capítol 9: Conclusions i validació del codi.....	55
Taula 9.1.1.1 Definició de les característiques dels materials	56
Taula 9.1.1.2 Càrregues a aplicar a l'exemple	57
Taula 9.2.2.1 Valors esforç Moment Flector	61
Taula 9.2.2.2 Resultats d'esforç Tallant	62
Capítol 10: Referències bibliogràfiques.....	68

Índex d'equacions

Pàg.

Capítol 1: Introducció.....	16
Capítol 2: Generalitats sobre el càlcul estructural.....	19
Capítol 3: Problema bidimensional.....	24
Equació (3.1)	25
Equació (3.2)	25
Equació (3.3)	26
Equació (3.4)	26
Equació (3.5)	26
Equació (3.6)	26
Equació (3.7)	27
Equació (3.8)	27
Equació (3.9)	27
Equació (3.10)	28
Equació (3.11)	28
Capítol 4: Problema tridimensional.....	29
Equació (4.1)	30
Equació (4.2)	30
Equació (4.3)	30
Equació (4.4)	30
Equació (4.5)	31
Equació (4.6)	31
Equació (4.7)	31
Equació (4.8)	32
Equació (4.9)	32
Equació (4.10)	32
Equació (4.11)	32
Equació (4.12)	32
Equació (4.13)	32
Capítol 5: Adaptació del problema bidimensional al tridimensional.....	33
Equació (5.1)	38
Equació (5.2)	38
Equació (5.3)	39
Equació (5.4)	39
Equació (5.5)	39
Equació (5.6)	39
Equació (5.7)	39
Equació (5.8)	39
Equació (5.9)	39

Equació (5.10)	39
Equació (5.11)	39
Equació (5.12)	39
Equació (5.13)	39
Equació (5.14)	39
Capítol 6: Codi per a esforços en barres.....	41
Equació (6.1)	42
Equació (6.2)	42
Equació (6.3)	42
Equació (6.4)	42
Capítol 7: Codis MATLAB fonamentals.....	45
Capítol 8: Interfase gràfica MATLAB.....	52
Capítol 9: Conclusions i validació del codi.....	55
Capítol 10: Referències bibliogràfiques.....	68

Llistat de símbols

x	Coordenada global de l'eix x
y	Coordenada global de l'eix y
z	Coordenada global de l'eix z
\hat{x}	Coordenada local de l'eix x
\hat{y}	Coordenada local de l'eix y
\hat{z}	Coordenada local de l'eix z
\hat{f}^a	Vector d'esforços per a una barra en coordenades locals
\hat{f}_i^a	Component del vector d'esforços referent al nus "i" de la barra
\hat{f}_j^a	Component del vector d'esforços referent al nus "j" de la barra
\hat{f}_{ix}^a	Component en l'eix x del vector de forces per al nus "i"
\hat{f}_{iy}^a	Component en l'eix y del vector de forces per al nus "i"
\hat{f}_{iz}^a	Component en l'eix z del vector de forces per al nus "i"
\hat{m}_{ix}^a	Component en l'eix x del vector de moments per al nus "i"
\hat{m}_{iy}^a	Component en l'eix y del vector de moments per al nus "i"
\hat{m}_{iz}^a	Component en l'eix z del vector de moments per al nus "i"
\hat{u}^a	Vector de desplaçaments per a una barra en coordenades locals
\hat{u}_i^a	Component del vector de desplaçaments referent al nus "i" de la barra
\hat{u}_j^a	Component del vector de desplaçaments referent al nus "j" de la barra
\hat{u}_{ix}^a	Component de desplaçament en l'eix x per al nus "i"
\hat{u}_{iy}^a	Component de desplaçament en l'eix y per al nus "i"
\hat{u}_{iz}^a	Component de desplaçament en l'eix z per al nus "i"
$\hat{\theta}_{jx}^a$	Component de gir en l'eix x referent al nus "j"
$\hat{\theta}_{jy}^a$	Component de gir en l'eix y referent al nus "j"
$\hat{\theta}_{jz}^a$	Component de gir en l'eix z referent al nus "j"
\hat{K}^a	Matriu de rigidesa en per a una barra en coordenades locals
T^a	Matriu de transformació de coordenades per a una barra
E	Mòdul d'elasticitat longitudinal
I	Moment d'inèrcia utilitzat per al càlcul estructural en dues dimensions
I_z	Moment d'inèrcia per al eix z (càlcul espacial)
I_y	Moment d'inèrcia per al eix y (càlcul espacial)
G	Mòdul d'elasticitat transversal
J	Moment torçor per al càlcul espacial
A	Àrea de la secció transversal

Capítol 1

Introducció

En aquest capítol inicial del Treball Final de Grau es presentarà la motivació, els objectius principals al concloure aquest estudi i finalment com es treballarà per tal d'assolir-los.

1.1 Motivació

S'associa la paraula enginyeria a la simplicitat, precisió i rapidesa en càlculs. Aquests tres adjectius es poden combinar i aplicar en qualsevol etapa del disseny d'una obra civil (cas que es tracta en aquest estudi), però també poden ser aplicats a altres casos de la vida real.

Per tant doncs, són adjectius que s'exigeixen també en els softwares de càlcul estructural. Parlem de MATLAB com un dels programes de càlcul matemàtic més avançats i que ofereix un ampli ventall de possibilitats a l'hora de resoldre problemes relacionats amb l'enginyeria.

Pels motius presentats anteriorment, el software MATLAB serà el nostre programa de referència per tal d'assolir els objectius que es presenten a continuació i que seran treballats al llarg d'aquest Treball.

1.2 Objectius

Seguint el patró de treball del creador original de la funció MATLAB Portal 2, actualment capaç de realitzar el càlcul estructural en problemes bidimensionals amb càrregues aplicades als nusos, s'ha treballat per tal d'introduir les següents millores a la interfase:

1.2.1 Incorporació de la tercera dimensió

L'objectiu principal és poder realitzar càlculs estructurals amb estructures reticulades espacials mentre que actualment, la interfase és només capaç de fer els càlculs en el pla. En els propers capítols es treballarà en la incorporació de les noves matrius de rigidesa així com un canvi en la nomenclatura introduint les noves variables que es desprenen pel simple fet de treballar en l'espai.

1.2.2 Creació d'un codi per a esforços en barres

Un altre dels objectius per aquest Treball Final d'Estudis és apropar-se al cas real tant com es pugui. Per fer-ho, serà necessari crear un codi MATLAB que possibiliti la introducció d'esforços en les barres d'estudi. El cas més simple d'esforç en una barra, seria per exemple el seu pes propi, acció que anteriorment no es podia tenir en compte perquè el programari no estava en condicions de calcular-ho.

1.2.3 Validació del mètode

Finalment, per tal de verificar els nous codis i l'adaptació al càlcul espacial, es faran les corresponents comprovacions amb el software de càlcul estructural Midas Civil.

1.3 Procediments per assolir els objectius

Per tal d'assolir els objectius, l'estudi s'ha basat en dues fases:

1.3.1 Fase 1: Assimilació dels softwares de treball

En la primera fase citada, s'ha realitzat un procés d'assimilació dels softwares de treball. El primer, "Borrego: Cálculo de estructura reticulada espacial" és un software de càlcul estructural, molt antic, dissenyat per a realitzar càlculs

d'estructures espacials. Aquest programa s'ha utilitzat per a realitzar exemples de bigues i estudiar-ne el seu funcionament.

L'altre programa utilitzat en aquesta primera fase ha sigut el MATLAB utilitzant la funció Portal 2 com a llançament del programa i de realització de tot el càlcul estructural des de la qual es cridava tota la informació del cas d'estudi. Aquest programari s'ha utilitzat per a realitzar altre vegada exemples, però en aquest cas, centrant-nos en els codis que el componien, per tal de poder realitzar una adaptació òptima.

1.3.2 Fase 2: Adaptació espacial del codi

La segona fase, s'ha centrat única i exclusivament en l'adaptació del programari MATLAB i de la funció "portal 2.m" a l'espai.

Capítol 2

Generalitats sobre el càlcul estructural

Els codis de MATLAB estan basats en el càlcul matricial mitjançant el Mètode de la Rigidesa de forma que es procedirà a establir les bases del mateix.

2.1 Evolució històrica del càlcul estructural

Els mètodes clàssics d'anàlisi estructural desenvolupats fins al segle XIX, tenen les qualitats de la generalitat, simplicitat lògica i elegància matemàtica. Desgraciadament, conduïen sovint a càlculs molt laboriosos quan eren aplicats a casos pràctics i en aquelles èpoques, això era un defecte de consideració.

Per aquest motiu, successives generacions d'enginyers es van dedicar a simplificar els càlculs necessaris i molts mètodes de gran aplicació pràctica van aparèixer com pot ser el Mètode de Cross. El problema principal d'aquests

mètodes és que no tenien una generalització i per tant eren només aplicables a casos particulars.

Aquells mètodes conduïen a sistemes amb gran nombre d'equacions lineals que eren difícils de resoldre manualment. És llavors quan neix la importància del càlcul matricial.

La utilització de la notació matricial presenta principalment dos avantatges en el càlcul estructural. Des del punt de vista teòric, permet la utilització de mètodes de càlcul en forma compacta, precisa, i al mateix temps, completament general. Això facilita el tractament de la teoria d'estructures com una unitat, sense que els principis fonamentals es vegin tapats per operacions de càlcul, per un costat, o diferències físiques entre estructures, per l'altre.

Des del punt de vista de l'aplicació pràctica, proporciona un sistema apropiat per a l'anàlisi d'estructures i proporciona una base molt sòlida per al desenvolupament de programes computacionals.

A continuació es presenta el mètode de la rigidesa amb les seves hipòtesis i les seves bases de càlcul matemàtic.

2.2 El Mètode de la Rigidesa

El mètode es basa en les hipòtesis que es presenten a continuació:

- Es parteix d'una estructura lineal. S'entén per estructura lineal aquella en que tots els moviments i esforços són funcions lineals de les càrregues.
- Les barres que conformen l'estructura són rectes i de secció constant.
- Com en tot problema estàtic, s'ha de poder verificar les següents equacions:
 - Equacions de compatibilitat
 - Equacions constitutives
 - Equacions d'equilibri

Les equacions de compatibilitat, relacionen les deformacions de les barres amb els desplaçaments nodals. Introduint aquestes relacions en les equacions constitutives, es relacionen les forces en els extrems de barra amb els desplaçaments nodals.

Introduint aquestes últimes en les equacions d'equilibri s'obté un conjunt d'equacions de forces nodals en funció de desplaçaments nodals, que poden ser

considerats com equacions d'equilibri de l'estructura en funció dels desplaçaments.

La resolució d'aquest sistema d'equacions permet obtenir el valor de les incògnites (desplaçaments nodals) a partir dels quals s'obtenen les sol·licitacions de les barres que conformen l'estructura, així com les reaccions als suports.

En el moment de procedir a la resolució del sistema d'equacions, és de vital importància considerar un sistema de coordenades que faci aquestes equacions el més senzilles possible. Per aquest motiu, es considerarà com eix 'x' aquell que coincideix amb l'eix geomètric de la peça mentre que els eixos 'y' i 'z' es consideraran coincidents amb els eixos principals de la secció transversal.

Cal remarcar, que aquest sistema de coordenades pertany a la barra i no depèn de la orientació de la mateixa en el conjunt global de l'estructura, per aquest motiu aquests eixos s'anomenen eixos locals i per tant conformen el sistema de coordenades locals.

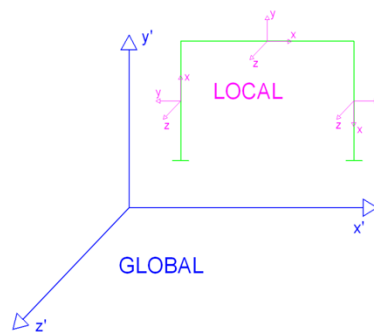


Figura 2.2.1.- Comparativa eixos locals i globals.

2.3 Procediment en l'anàlisi matricial d'estructures

En el moment de realitzar l'anàlisi d'una estructura mitjançant el mètode matricial podem distingir les següents parts:

- Identificació estructural.
- Càlcul de la matriu de rigidesa de les barres.
- Càlcul de les càrregues nodals.
- Rotació dels eixos en els plans.
- Càlcul de la matriu rigidesa de la matriu global de l'estructura.

- Establir les condicions de contorn per a poder procedir al càlcul de les reaccions i lleis d'esforços.

En els propers apartats es presentaran els conceptes d'identificació estructural, matriu de rigidesa i les condicions de contorn.

2.3.1 Identificació estructural

La identificació estructural consisteix en definir l'estructura d'estudi en dades i nombres seguint la següent metodologia:

- En primer lloc cal definir un sistema d'eixos globals per a tota l'estructura.
- Posteriorment cal definir la connectivitat dels elements. S'identifica per a cada barra el node inicial i el node final. La barra en qüestió queda definida automàticament per l'ordre establert per a la numeració dels nodes de la barra, sent l'eix 'x' l'eix local de la barra coincident amb l'eix geomètric.

2.3.2 Matriu de rigidesa

El mètode de la rigidesa, requereix assignar a cada una de les barres que conforma l'estructura el que s'anomena matriu de rigidesa elemental que dependrà de les seves condicions d'enllaç extrem (articulació, nus rígid...), forma de la barra (recta, corbada...) i de les constants elàstiques del material que forma la barra (mòdul d'elasticitat longitudinal i transversal).

A partir del conjunt de matrius elementals, mitjançant un algoritme conegut amb el nom d'acoblament, s'obté la matriu de rigidesa global. Aquesta última, relaciona els desplaçaments nodals amb les forces equivalents sobre els nusos.

Les matrius de rigidesa depenen exclusivament de:

- Les condicions d'enllaç en els seus dos extrems (doblement encastada, encastada-articulada, doblement articulada).
- Les característiques de la secció transversal de la barra: àrea, moments d'àrea (moments d'inèrcia de la secció) i les característiques generals com poden ser la longitud de la barra o la curvatura, per exemple.
- Nombre de graus de llibertat per nus, depenent de si es tracta d'un problema bidimensional o un problema espacial. Els graus de llibertat es tractaran a fons en els propers capítols.

Properament es desenvoluparà per a cada cas d'estudi (bidimensional o tridimensional) la seva corresponent matriu de rigidesa.

2.3.3 Condicions de contorn

Un problema estructural no està totalment definit si no s'introdueixen unes condicions de contorn, i independentment del mètode de resolució utilitzat, la solució al problema plantejat ha de satisfer sempre aquestes condicions de contorn.

Aquestes, s'expressen sempre en funció de les forces i/o dels desplaçaments en els nusos o en les barres.

Capítol 3

Problema bidimensional

El problema bidimensional és el punt d'inici d'aquest Treball de Fi de Grau. Com s'ha definit prèviament en la introducció, l'objectiu és adaptar un mètode de càlcul definit exclusivament per a estructures planes, que sigui aplicable també per a estructures reticulades espacials. Aquest capítol, es centrarà en definir el cas bidimensional per a posteriorment poder crear una clara analogia amb el cas tridimensional.

3.1 Matriu de rigidesa

Considerem un cas general d'una barra a en la que s'estudien els seus 6 graus de llibertat (3 per a cada nus). Es defineix un sistema de coordenades global $\langle x, y \rangle$, dins el qual es defineix el corresponent sistema de coordenades local de la barra $\langle \hat{x}, \hat{y} \rangle$ de forma que \hat{x} està alineat amb la direcció de la barra $i \rightarrow j$, tal i com es mostra en la Figura 3.1.1.

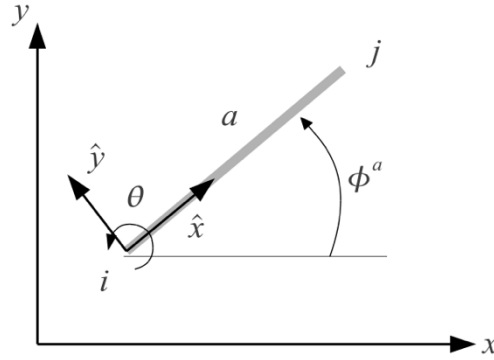


Figura 3.1.1.- Esquema d'eixos locals per a una barra a qualsevol.

Els esforços en els extrems de la barra anteriorment definida consten de sis escalars: les dues components (x, y) de les forces de cada extrem més el moment flector, també per a cada extrem.

Les sis components, en coordenades locals de la barra venen definides pel vector $\hat{\mathbf{f}}^a$:

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{f}}_i^a \\ \hat{\mathbf{f}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{f}_{ix}^a \\ \hat{f}_{iy}^a \\ m_i^a \\ \hat{f}_{jx}^a \\ \hat{f}_{jy}^a \\ m_j^a \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Cal remarcar que degut al caràcter invariant dels moments amb el sistema de coordenades utilitzat, no és necessari utilitzar la nomenclatura de coordenades locals.

Els desplaçaments als extrems de barra també tenen sis components: els desplaçaments pròpiament definits en les corresponents direccions (x, y) i els girs dels extrems de barra. Les sis components, en coordenades locals de la barra venen definides pel vector $\hat{\mathbf{u}}^a$:

$$\hat{\mathbf{u}}^a = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_i^a \\ \hat{\mathbf{u}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{ix}^a \\ \hat{u}_{iy}^a \\ \theta_i^a \\ \hat{u}_{jx}^a \\ \hat{u}_{jy}^a \\ \theta_j^a \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

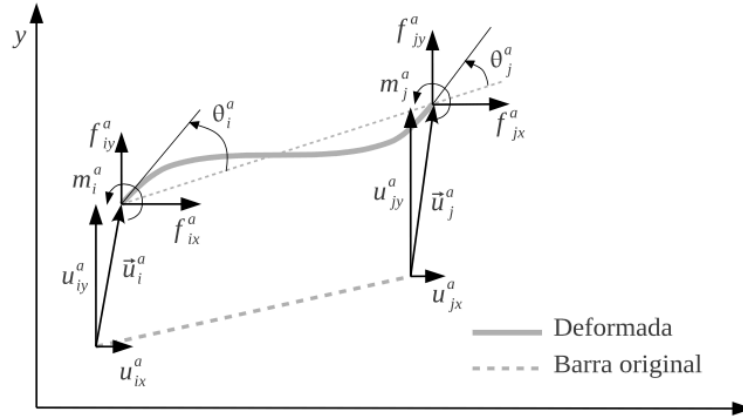


Figura 3.1.2.- Esquema de forces i desplaçaments en coordenades locals per a una barra a qualsevol.

Per a petits desplaçaments, aquests desplaçaments $\hat{\mathbf{u}}^a$ i els esforços $\hat{\mathbf{f}}^a$ que es generen, estan relacionats linealment mitjançant la matriu de rigidesa $\hat{\mathbf{K}}^a$, de mida 6 x 6 que a la vegada està constituïda per 4 matrius interiors de mida 3 x 3.

Es mostra a continuació el desenvolupament matemàtic del sistema d'equacions que governa el comportament estructural del problema bidimensional en coordenades locals:

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \hat{\mathbf{K}}^a \hat{\mathbf{u}}^a \quad (3.3)$$

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \hat{\mathbf{K}}^a \hat{\mathbf{u}}^a = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{ii}^a & \hat{\mathbf{K}}_{ij}^a \\ \hat{\mathbf{K}}_{ji}^a & \hat{\mathbf{K}}_{jj}^a \end{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}^a \quad (3.4)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{f}}_i^a \\ \hat{\mathbf{f}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{ii}^a & \hat{\mathbf{K}}_{ij}^a \\ \hat{\mathbf{K}}_{ji}^a & \hat{\mathbf{K}}_{jj}^a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_i^a \\ \hat{\mathbf{u}}_j^a \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{f}_{ix}^a \\ \hat{f}_{iy}^a \\ m_i^a \\ \hat{f}_{jx}^a \\ \hat{f}_{jy}^a \\ m_j^a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_{ix}^a \\ \hat{u}_{iy}^a \\ \theta_i^a \\ \hat{u}_{jx}^a \\ \hat{u}_{jy}^a \\ \theta_j^a \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

on I i A són els moments d'inèrcia i l'àrea de la secció transversal, respectivament, L és la longitud de la barra i E és el mòdul d'elasticitat del material.

3.2 Canvi de coordenades (Locals – Globals)

Tot el desenvolupament matemàtic presentat anteriorment està definit en el sistema de coordenades locals de la barra, de manera que serà necessari definir una transformació al sistema de coordenades globals per a poder considerar el conjunt de l'estructura.

Les forces i els desplaçaments en coordenades globals seran ara definits com \mathbf{f}^a i \mathbf{u}^a respectivament, tal i com es mostra en la Figura 3.2.1.

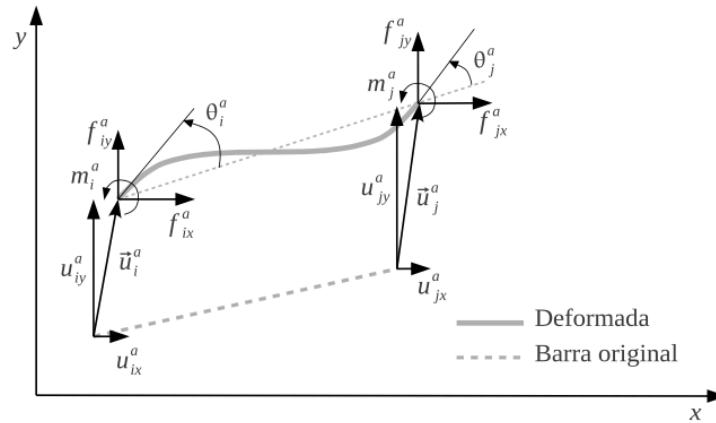


Figura 3.2.1.- Esquema de forces i desplaçaments en coordenades globals per a una barra a qualsevol.

Es defineix la següent matriu de transformació de coordenades (\mathbf{T}^a) :

$$\mathbf{T}^a = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.7)$$

Operant amb la matriu definida anteriorment podem concloure amb les següents expressions:

$$\vec{\mathbf{f}}^a = \mathbf{T}^a \hat{\mathbf{f}}^a \quad (3.8)$$

$$\vec{\mathbf{u}}^a = \mathbf{T}^a \hat{\mathbf{u}}^a \quad (3.9)$$

Operant obtenim que la matriu de rigidesa en coordenades globals per a una barra bidimensional és la que es mostra a continuació:

$$\mathbf{K}^a = \mathbf{T}^a \hat{\mathbf{K}}^a \mathbf{T}^{aT} \quad (3.10)$$

Per tant, l'equació d'una barra bidimensional en coordenades globals, es pot resumir amb la següent expressió:

$$\underbrace{\vec{f}^a}_{\text{Esforços}} = \underbrace{\mathbf{K}^a}_{\text{M. Rigidesa}} \underbrace{\vec{u}^a}_{\text{Desplaçaments}} \quad (3.11)$$

Capítol 4

Problema tridimensional

Al capítol anterior s'ha definit i establert les bases del problema estructural en dues dimensions. L'actual capítol es centrarà en definir el problema espacial creant una analogia amb el cas definit anteriorment. Per això caldrà definir nous vectors d'esforços i desplaçaments i noves matrius de rigidesa així com també, de transformació de coordenades.

4.1 Matriu de Rigidesa

Fent una analogia amb el cas bidimensional, la barra a tindrà 6 graus de llibertat per a cada nus i i j , tres desplaçaments i tres girs. Igual que per al cas de l'estructura plana, cal definir un sistema de coordenades global $\langle x, y, z \rangle$, dins el qual es defineix el corresponent sistema de coordenades local de la barra $\langle \hat{x}, \hat{y}, \hat{z} \rangle$ de forma que \hat{x} està alineat en la direcció de la barra $i \rightarrow j$ i \hat{y} serà normalment un dels eixos principals de la secció.

En una barra espacial doncs, existiran dos moments d'inèrcia I_y i I_z , nomenats en funció de l'eix de gir respecte el qual són definits. Respecte el cas bidimensional on només hi estava definit un moment flector (m), ara apareixen dos moments flexors m_y i m_z i un moment torçor m_x .

A continuació es defineixen els nous vectors d'esforços i desplaçaments per a una barra espacial. Cal destacar que en les barres espacials no es pot assumir que les variables angulars com són els girs i els moments no varien entre coordenades locals i globals, de forma que, aquí sí que cal diferenciar i incorporar el símbol $\hat{\cdot}$ en les coordenades locals, per tal de fer una clara diferenciació.

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{f}}_i^a \\ \hat{\mathbf{f}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{f}_{ix}^a \\ \hat{f}_{iy}^a \\ \hat{f}_{iz}^a \\ \hat{m}_{ix}^a \\ \hat{m}_{iy}^a \\ \hat{m}_{iz}^a \\ \hat{f}_{jx}^a \\ \hat{f}_{jy}^a \\ \hat{f}_{jz}^a \\ \hat{m}_{jx}^a \\ \hat{m}_{jy}^a \\ \hat{m}_{jz}^a \end{pmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}}^a = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_i^a \\ \hat{\mathbf{u}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{ix}^a \\ \hat{u}_{iy}^a \\ \hat{u}_{iz}^a \\ \hat{\theta}_{ix}^a \\ \hat{\theta}_{iy}^a \\ \hat{\theta}_{iz}^a \\ \hat{u}_{jx}^a \\ \hat{u}_{jy}^a \\ \hat{u}_{jz}^a \\ \hat{\theta}_{jx}^a \\ \hat{\theta}_{jy}^a \\ \hat{\theta}_{jz}^a \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Igual que s'ha tractat en el cas bidimensional, la matriu de rigidesa per a una barra espacial també es pot dividir en les seves quatre matrius interiors. A continuació es mostra el desenvolupament matemàtic del sistema d'equacions que governa el comportament d'una barra espacial.

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \hat{\mathbf{K}}^a \hat{\mathbf{u}}^a \quad (4.2)$$

$$\hat{\mathbf{f}}^a = \hat{\mathbf{K}}^a \hat{\mathbf{u}}^a = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{ii}^a & \hat{\mathbf{K}}_{ij}^a \\ \hat{\mathbf{K}}_{ji}^a & \hat{\mathbf{K}}_{jj}^a \end{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}^a \quad (4.3)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{f}}_i^a \\ \hat{\mathbf{f}}_j^a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{ii}^a & \hat{\mathbf{K}}_{ij}^a \\ \hat{\mathbf{K}}_{ji}^a & \hat{\mathbf{K}}_{jj}^a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_i^a \\ \hat{\mathbf{u}}_j^a \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Utilitzant les lleis de comportament dels sòlids deformables es poden deduir els valors de totes les components d'aquestes matrius interiors. Tot seguit es

mostren les matrius internes en coordenades locals que conformen la matriu de rigidesa (en coordenades locals) d'una barra espacial.

$$\hat{\mathbf{K}}_{ii}^a = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{jj}^a = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L^3} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{ji}^{aT} = \hat{\mathbf{K}}_{ij}^a = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L^3} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Cal definir unes noves variables no definides en el cas bidimensional. Es defineix amb J el moment torçor. El mòdul d'elasticitat i l'àrea de la secció transversal vénen definits amb la nomenclatura E i A respectivament. El mòdul d'elasticitat transversal es defineix amb la variable G .

4.2 Canvi de coordenades (Locals – Globals)

Per al canvi de coordenades en el cas tridimensional les matrius de rotació són una generalització de les ja vistes per a estructures planes. La matriu de transformació T^a queda definida tal i com es presenta a continuació:

$$T^a = \begin{bmatrix} R & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & R & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & R & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & R \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (4.8)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\hat{x}x} & \cos\theta_{\hat{y}x} & \cos\theta_{\hat{z}x} \\ \cos\theta_{\hat{x}y} & \cos\theta_{\hat{y}y} & \cos\theta_{\hat{z}y} \\ \cos\theta_{\hat{x}z} & \cos\theta_{\hat{y}z} & \cos\theta_{\hat{z}z} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (4.9)$$

On l'angle $\theta_{\hat{x}x}$ és el que forma l'eix local \hat{x} amb el global x , $\theta_{\hat{y}z}$ el que forma l'eix local \hat{y} amb el global z , i així successivament.

Tal i com s'ha mostrat en el cas del problema bidimensional, les matrius de rotació presentades anteriorment es poden utilitzar per a relacionar els vectors i matrius de rigidesa dels sistemes locals i globals tal i com es mostra a continuació:

$$\vec{f}^a = T^a \hat{f}^a \quad (4.10)$$

$$\vec{u}^a = T^a \hat{u}^a \quad (4.11)$$

Operant obtenim que la matriu de rigidesa en coordenades globals per a una barra tridimensional és la que es mostra seguidament:

$$K^a = T^a \hat{K}^a T^{aT} \quad (4.12)$$

Per tant, l'equació d'una barra espacial en coordenades globals, es pot resumir amb la següent expressió:

$$\underbrace{\vec{f}^a}_{\text{Esforços}} = \underbrace{K^a}_{\text{M. Rigidesa}} \underbrace{\vec{u}^a}_{\text{Desplaçaments}} \quad (4.13)$$

Capítol 5

Adaptació del problema bidimensional al tridimensional

En els capítols anteriors s'ha proposat les bases matemàtiques i conceptuals d'ambdós problemes estructurals: el problema bidimensional i el tridimensional. Una vegada fetes les definicions i consideracions oportunes, estem en condicions de crear un nou codi MATLAB per a estructures espacials basant-nos en el codi ja existent per a estructures planes, on s'inclourà totes les bases matemàtiques explicades en el capítols anteriors.

Abans però, és necessari fer incidència en l'objectiu d'aquesta adaptació. S'ha treballat amb anterioritat amb un software de càlcul estructural anomenat "Borrego: Programa para la resolución de reticulada espacial". Entre els avantatges d'aquest software de càlcul cal destacar que ja resol estructures espacials i per tant treballant amb aquest programa cap dels objectius de l'adaptació que es proposa a continuació tindria sentit. Un dels principals

inconvenients és que es tracta d'un programa antic que no està evolucionat com per exemple ho està el MATLAB i és de complicada utilització.

Com ja s'ha matisat en anteriors capítols, el MATLAB és un software de càlcul matemàtic d'alta rapidesa en execució i que assoleix índex de precisió molt alts. És per aquest motiu que es volen adaptar els codis bidimensionals tal i com es proposa en els propers apartats d'aquest document.

5.1 Identificació de les variables

Com a tasca prèvia abans de definir les noves matrius en codi MATLAB per a les barres espacials, s'ha fet una comparativa en termes de nomenclatura entre ambdós softwares degut a que un ja treballa a nivell espacial mentre que el codi MATLAB existent només treballa en el pla. En la taula presentada a continuació es mostren les nomenclatures existents i la que s'adoptarà per als nous codis.

Variables	Borrego	Matlab 1 ¹	Matlab 2 ²
Vector desplaçaments		Nomenclatura desplaçaments	
Desplaçament en l'eix x	[dx]	[u]	[dx]
Desplaçament en l'eix y	[dy]	[v]	[dy]
Desplaçament en l'eix z	[dz]		[dz]
Gir en l'eix x	[gx]	[w]	[wx]
Gir en l'eix y	[gy]		[wy]
Gir en l'eix z	[gz]		[wz]
Vector d'esforços		Nomenclatura esforços	
Força en l'eix x	[Px]	[Fx]	[Fx]
Força en l'eix y	[Py]	[Fy]	[Fy]
Força en l'eix z	[Pz]		[Fz]
Moment en l'eix x	[Mx]	[M]	[Mx]
Moment en l'eix y	[My]		[My]
Moment en l'eix z	[Mz]		[Mz]
Vector d'esforços resultants		Nomenclatura resultats	
Reacció en l'eix x	[Rx]	[H]	[Rx]
Reacció en l'eix y	[Ry]	[V]	[Ry]
Reacció en l'eix z	[Rz]		[Rz]
Moment flector en l'eix x	[Mx]	[M]	[Mx]
Moment flector en l'eix y	[My]	[M]	[My]
Moment flector en l'eix z	[Mz]		[Mz]
Tallant en l'eix x	[Qx]	[Q]	[Qx]
Tallant en l'eix y	[Qy]	[Q]	[Qy]
Tallant en l'eix z	[Qz]		[Qz]

¹ Fa referència al codi MATLAB definit en dues dimensions.

² Fa referència al futur codi MATLAB definit en tres dimensions.

Axial en l'eix x	$[N_x]$	$[N]$	$[N_x]$
Axial en l'eix y	$[N_y]$	$[N]$	$[N_y]$
Axial en l'eix z	$[N_z]$		$[N_z]$

Taula 5.1.1.- Identificació i proposta d'actuals i futures variables.

En la taula següent es presenten les característiques geomètriques que son comunes en general per a ambdós softwares. Cal destacar el moment torçor i el mòdul d'elasticitat transversal com a noves variables que seran definits en els nous codis MATLAB espacials.

	Borrego	Matlab 1 ³	Matlab 2 ⁴
Característiques geomètriques	Nomenclatura		
Mòdul de Young	$[E]$	$[E]$	$[E]$
Mòdul d'elasticitat transversal	$[J]$		$[J]$
Moment d'inèrcia	$[I_z] [I_y]$	$[I]$	$[I_z] [I_y]$
Moment torçor	$[G]$		$[G]$
Secció transversal	$[A]$	$[A]$	$[A]$

Taula 5.1.2.- Característiques comunes en ambdós softwares de càlcul.

5.2 Modificació de les matrius locals

En aquest apartat es presentaran els scripts del codi MATLAB de les matrius en coordenades locals que s'han modificat per tal d'adaptar-los al problema espacial i el procediment seguit per a la seva modificació.

5.2.1 Matrius locals per al cas bidimensional

En les figures següents es mostren els codis MATLAB bidimensionals que fan referència a les matrius de rigidesa locals per a esforços Axials, Flectors i Tallants. Finalment amb la nomenclatura "*mm*" es defineix aquesta matriu elemental en coordenades locals.

```
%
%--- Esfuerzo axial (EA)
MEAu1=[ 1/L;    0;    0;   -1/L;    0;    0];
MEAv1=[ 0;    0;    0;    0;    0;    0];
MEAu2=[ -1/L;   0;    0;    1/L;    0;    0];
MEAv2=[ 0;    0;    0;    0;    0;    0];
```

Figura 5.2.1.1.- Matriu d'esforç Axial en coordenades locals.

³ Fa referència al codi MATLAB definit en dues dimensions.

⁴ Fa referència al futur codi MATLAB definit en tres dimensions.

```
%--- Esfuerzo flector (EI)
MEIu1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIv1=[ 0; 12/L^3; 6/L^2; 0; -12/L^3; 6/L^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIw1=[ 0; 6/L^2; 4/L; 0; -6/L^2; 2/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIu2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIv2=[ 0; -12/L^3; -6/L^2; 0; 12/L^3; -6/L^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIw2=[ 0; 6/L^2; 2/L; 0; -6/L^2; 4/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.1.2.- Matriu d'esforç Flector en coordenades locals.

```
%--- Esfuerzo cortante (EIQ)
MEIQv1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIQv1=[ 0; -12/L^3; -6/L^2; 0; 12/L^3; -6/L^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIQw1=[ 0; -6/L^2; -3/L; 0; 6/L^2; -3/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIQv2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIQv2=[ 0; 12/L^3; 6/L^2; 0; -12/L^3; -6/L^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIQw2=[ 0; -6/L^2; -3/L; 0; 6/L^2; -3/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.1.3.- Matriu d'esforços Tallants en coordenades locals.

5.2.2 Matrius locals per al cas espacial

En les imatges presentades a continuació es mostren els codis MATLAB tridimensionals que fan referència a les matrius de rigidesa locals per a esforços Axials, Flectors i Tallants en els dos plans i, finalment, l'esforç Torçor.

```
%--- Esfuerzo Axil (EA)
MEAdx1=[ 1/L; 0; 0; 0; 0; 0; -1/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEAdy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEAdz1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEAdx2=[ -1/L; 0; 0; 0; 0; 0; 1/L; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEAdy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEAdz2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.2.1.- Matriu d'esforç Axial en coordenades locals.

Les matrius d'esforços Flectors i Tallants en coordenades locals es presenten desglossades en els plans XY i XZ respectivament degut a que quan es treballa en l'espai s'han d'incorporar els moments d'inèrcia en ambdues direccions.

```
%--- Esfuerzo Flector en el plano XY [1] (EIz)
MEIzdx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzdy1=[ 0; 12/L^3; 0; 0; 0; 6/L^2; 0; -12/L^3; 0; 0; 0; 6/L^2 ];
MEIzdz1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwx2=[ 0; 6/L^2; 0; 0; 0; 4/L; 0; -6/L^2; 0; 0; 0; 2/L ];
MEIzdx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzdy2=[ 0; -12/L^3; 0; 0; 0; -6/L^2; 0; 12/L^3; 0; 0; 0; -6/L^2 ];
MEIzdz2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzwx2=[ 0; 6/L^2; 0; 0; 0; 2/L; 0; -6/L^2; 0; 0; 0; 4/L ];
```

Figura 5.2.2.2.- Matriu d'esforç Flector en coordenades locals per al pla XY.

%--- Esfuerzo Flector en el plano XZ [2] (EIy)

```
MEIydx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIydy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIydz1=[ 0; 0; 12/L^3; 0; -6/L^2; 0; 0; 0; -12/L^3; 0; -6/L^2; 0 ];
MEIywx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIywy1=[ 0; 0; -6/L^2; 0; 4/L; 0; 0; 0; 6/L^2; 0; 2/L; 0 ];
MEIywx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIydy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIydz2=[ 0; 0; -12/L^3; 0; 6/L^2; 0; 0; 0; 12/L^3; 0; 6/L^2; 0 ];
MEIywx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIywy2=[ 0; 0; -6/L^2; 0; 2/L; 0; 0; 0; 6/L^2; 0; 4/L; 0 ];
MEIywx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.2.3.- Matriu d'esforç Flector en coordenades locals per al pla XZ.

%--- Esfuerzo Cortante en el plano XY [1] (EIzQ)

```
MEIzQdx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQdy1=[ 0; -12/L^3; 0; 0; 0; -6/L^2; 0; 12/L^3; 0; 0; 0; -6/L^2 ];
MEIzQdz1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQwx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQwy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQwx2=[ 0; -6/L^2; 0; 0; 0; -3/L; 0; 6/L^2; 0; 0; 0; -3/L ];
MEIzQdy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQdz2=[ 0; 12/L^3; 0; 0; 0; 6/L^2; 0; -12/L^3; 0; 0; 0; 6/L^2 ];
MEIzQwx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQwy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIzQwx2=[ 0; -6/L^2; 0; 0; 0; -3/L; 0; 6/L^2; 0; 0; 0; -3/L ];
```

Figura 5.2.2.4.- Matriu d'esforç Tallant en coordenades locals per al pla XY.

%--- Esfuerzo Cortante en el plano XZ [2] (EIyQ)

```
MEIyQdx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQdy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQdz1=[ 0; 0; -12/L^3; 0; 6/L^2; 0; 0; 0; 12/L^3; 0; 6/L^2; 0 ];
MEIyQwx1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQwy1=[ 0; 0; 6/L^2; 0; -3/L; 0; 0; 0; -6/L^2; 0; -3/L; 0 ];
MEIyQwx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQdy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQdz2=[ 0; 0; 12/L^3; 0; -6/L^2; 0; 0; 0; -12/L^3; 0; -6/L^2; 0 ];
MEIyQwx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MEIyQwy2=[ 0; 0; 6/L^2; 0; -2/L; 0; 0; 0; -6/L^2; 0; -4/L; 0 ];
MEIyQwx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.2.5.- Matriu d'esforç Tallant en coordenades locals per al pla XZ.

%--- Esfuerzo Torsor (GJ)

```
MGJwx1=[ 0; 0; 0; 1/L; 0; 0; 0; 0; 0; -1/L; 0; 0 ];
MGJwy1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MGJwz1=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MGJwx2=[ 0; 0; 0; -1/L; 0; 0; 0; 0; 0; 1/L; 0; 0 ];
MGJwy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
MGJwz2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 ];
```

Figura 5.2.2.6.- Matriu d'esforç Torçor en coordenades locals.

Cal matisar que mentre els esforços Tallant i Flector són descomposts en dos plans, no passa el mateix amb els esforços Axial i Torçor.

Una vegada presentada la modificació de les matrius de rigidesa de les barres en coordenades locals, és el moment de presentar la modificació de les matrius de transformació per tal d'adaptar-les al sistema de coordenades global.

5.3 Modificació de les matrius de transformació de coordenades

En aquesta secció es presentaran els scripts del codi MATLAB de les matrius de transformació que s'han modificat per tal d'adaptar-los al problema espacial i el procediment seguit per a la seva modificació.

5.3.1 Matriu de transformació per al cas bidimensional

En la imatge presentada a continuació es mostra el codi MATLAB bidimensional que fa referència a la matriu de transformació de coordenades en dues dimensions.

```
function T=TransformationMatrix(alpha)

u1=[ cos(alpha); sin(alpha);          0;          0;          0;          0];
v1=[ -sin(alpha); cos(alpha);          0;          0;          0;          0];
w1=[          0;          0;          1;          0;          0;          0];
u2=[          0;          0;          0; cos(alpha); sin(alpha);          0];
v2=[          0;          0;          0; -sin(alpha); cos(alpha);          0];
w2=[          0;          0;          0;          0;          0;          1];

T=[u1 v1 w1 u2 v2 w2];
```

Figura 5.3.1.1.- Matriu de transformació per al problema bidimensional.

5.3.2 Matriu de transformació per al cas espacial

Per contra, la següent figura mostra el codi MATLAB tridimensional que fa referència a la matriu de transformació de coordenades en l'espai.

```
dx1=[ r11; r12; r13; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
dy1=[ r21; r22; r23; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
dz1=[ r31; r32; r33; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
wx1=[ 0; 0; 0; r11; r12; r13; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
wy1=[ 0; 0; 0; r21; r22; r23; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
wz1=[ 0; 0; 0; r31; r32; r33; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
dx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; r11; r12; r13; 0; 0; 0; 0];
dy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; r21; r22; r23; 0; 0; 0; 0];
dz2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; r31; r32; r33; 0; 0; 0; 0];
wx2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; r11; r12; r13; 0];
wy2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; r21; r22; r23; 0];
wz2=[ 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; r31; r32; r33; 0];

T=[dx1 dy1 dz1 wx1 wy1 wz1 dx2 dy2 dz2 wx2 wy2 wz2];
```

Figura 5.3.2.1.- Matriu de transformació de coordenades per al problema espacial.

Seguidament es procedirà al desenvolupament matemàtic per tal d'assolir els valors de les components de l'anterior matriu, on AB es la longitud de l'element d'estudi.

$$r_{11} = \frac{(x_B - x_A)}{AB} \quad (5.1)$$

$$r_{12} = \frac{(y_B - y_A)}{AB} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{r}_{13} = \frac{(z_B - z_A)}{AB} \quad (5.3)$$

Sabent els següents vectors,

$$\vec{X} = \vec{AB} \qquad \vec{K} = \vec{AK} \quad (5.4)$$

es pot definir la direcció de l'eix vertical \vec{Z} de la següent manera:

$$\vec{Z} = \vec{X} \times \vec{K} \quad (5.5)$$

Les components del vector \vec{X} i \vec{K} venen definides de la manera que procedeix a continuació.

$$\vec{X} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k} \quad (5.6)$$

$$\vec{K} = (x_k - x_A)\vec{i} + (y_k - y_A)\vec{j} + (z_k - z_A)\vec{k} \quad (5.7)$$

Realitzant el producte vectorial per components s'obtenen els resultats que procedeixen.

$$\mathbf{Z}_x = (y_B - y_A)(z_k - z_A) - (z_B - z_A)(y_k - y_A) \quad (5.8)$$

$$\mathbf{Z}_y = (z_B - z_A)(x_k - x_A) - (x_B - x_A)(z_k - z_A) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{Z}_z = (x_B - x_A)(y_k - y_A) - (y_B - y_A)(x_k - x_A) \quad (5.10)$$

Per tant,

$$\mathbf{r}_{31} = \frac{\mathbf{Z}_x}{Z} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{r}_{32} = \frac{\mathbf{Z}_y}{Z} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{r}_{33} = \frac{\mathbf{Z}_z}{Z} \quad (5.13)$$

sabent que,

$$Z = \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + Z_z^2} \quad (5.14)$$

Similarment, la direcció de l'eix \vec{y} pot ser determinada mitjançant el producte vectorial entre els eixos \vec{z} i \vec{x} . Després les components de r_{2i} es poden obtenir mitjançant un procés molt similar al realitzat en les equacions anteriors.

En el proper capítol del Treball final d'estudis es presentarà el codi MATLAB per a esforços en barres.

Capítol 6

Codi per a esforços en barres

Un altre dels objectius programats per aquest Treball Final d'Estudis, és la creació d'un codi MATLAB que permeti treballar amb esforços aplicats en les barres.

Per a major simplicitat del cas, s'ha considerat una càrrega trapezoïdal com la que es presenta en la següent figura, de manera que variant els valors de P_1 i P_2 obtenim una càrrega uniforme o una càrrega triangular sense necessitat de variar el codi matemàtic.

El Mètode de la Rigidesa es basa en que tots els esforços han d'estar aplicats als nusos de l'estructura, per tant es requereixen d'unes expressions matemàtiques que transformin els esforços aplicats al llarg de les barres, en esforços aplicats als nusos.

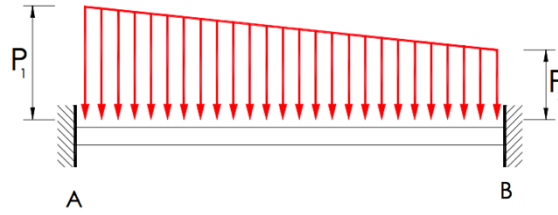


Figura 6.1.- Esquema de biga de longitud L , amb càrrega trapezoïdal aplicada al llarg de la biga.

Això es fa aïllant cada una de les barres que conforma l'estructura i considerar-la com si estigués doblement encastada obtenint els esforços d'encastament perfecte (reaccions i moments) en cada extrem de la barra.

Les expressions matemàtiques que es presenten a continuació són les que, per a una càrrega trapezoïdal proporciona els esforços d'encastament perfecte per a cada extrem. Com ja s'ha comentat anteriorment, només variant els valors de P_1 i P_2 en el codi, passem d'una càrrega trapezoïdal a una uniforme o triangular en funció del que l'usuari desitgi.

$$R_A = \frac{L}{6} \cdot [2 \cdot P_1 + P_2] - \frac{M_A - M_B}{L} \quad (6.1)$$

$$R_B = \frac{L}{6} \cdot [P_1 + 2 \cdot P_2] - \frac{M_A - M_B}{L} \quad (6.2)$$

$$M_A = -\frac{L^2}{60} \cdot [3 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2] \quad (6.3)$$

$$M_B = -\frac{L^2}{60} \cdot [2 \cdot P_1 + 3 \cdot P_2] \quad (6.4)$$

Tot seguit es presentarà el codi MATLAB que s'ha creat per tal de treballar amb els esforços aplicats en barres i el seu funcionament. El codi complet es troba a la secció d'annexos.

6.1 Codi “*VectorNodalForces*”

La funció que converteix els esforços aplicats en barres a càrregues als nusos té com a output els esforços nodals i ha estat anomenada “*VectorNodalForces*”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%          STIFFNESS METHOD FOR SOLVING STRUCTURES (PORTAL2)          %
%                                                                 %
%          JOAN FRAILE DIANA                                          %
%                                                                 %
%          DISSERTATION PROJECT FOR BACHELOR IN CIVIL ENGINEERING    %
%          POLYTECHNIC UNIVERSITY OF CATALONIA, YEAR 2016-2017      %
%                                                                 %
%                                                                 %
%          Latest version 15 of August 2017                          %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% That script converts the uniform distributed loads into loads aplied on
% the nodes of the studied structure and it adds together with the node
% loads applied to the structure.
function [NodalForces]=VectorNodalForces
global knownuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz
global valueuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz
global knownFx1Fy1Fz1Mx1My1Mz1Fx2Fy2Fz2Mx2My2Mz2
global valueFx1Fy1Fz1Mx1My1Mz1Fx2Fy2Fz2Mx2My2Mz2
    
```

Figura 6.1.1.- Presentació del codi de càlcul d'esforços d'encastament perfecte.

El codi funciona tal i com s'explica a continuació:

```

knownuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz={ [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]};
valueuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz={ [0]; [0]; [0]; [0]; [-205]; [-205]; [0]; [0]; [0]};
knownFx1Fy1Fz1Mx1My1Mz1Fx2Fy2Fz2Mx2My2Mz2={ [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; [1]; ✓
[1]; [1]; [1]; [1]};
valueFx1Fy1Fz1Mx1My1Mz1Fx2Fy2Fz2Mx2My2Mz2={ [0]; [0]; [0]; [0]; [0]; [0]; [0]; [0]; ✓
[0]; [0]; [0]; [0]};
    
```

Figura 6.1.2.- Introducció de dades i funcionament del codi.

Cal activar primerament tots els valors, és a dir introduint [1] en tot el vector “knownuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz”. Posteriorment, en el vector “valueuxlux2uy1uy2uz1uz2umxumyumz” s’introdueixen els valors de les càrregues aplicades en les barres. Els valors que siguin 0, també s’incorporen.

S’ha de tenir en compte que a una càrrega trapezoïdal se li ha de proporcionar els dos valors d’extrem de càrrega, aquest és el motiu pel qual en cada eix, hi ha dos possibles valors a introduir. En cas que estiguem en càrrega uniformement distribuïda, els dos valors extrem seran idèntics i en cas que ens trobem en el cas d’una càrrega triangular, un d’ells serà 0.

Ja que l’objectiu és obtenir les càrregues equivalents als nusos, s’ha creat el codi de manera que si en l’estructura original, hi ha presència de càrregues nodals, el propi codi ja les suma creant un vector final de Càrregues Nodals que té en compte els esforços equivalents d’encastament perfecte i les càrregues inicials de nus.

6.2 Emmagatzematge de resultats

Finalment, es guarden tots els valors en un arxiu de text per tal de ser incorporats a la funció principal de lectura de dades del programari, i poder començar amb tot el càlcul estructural amb les hipòtesis del mètodes de la rigidesa.

En la següent figura, es presenta el format de l'arxiu de text que s'obté al realitzar els càlculs d'encastament perfecte per al cas de càrrega presentat a la figura 6.1.2.

```
fx1= 100
fx2= 0
fy1= -2.275000e+02
fy2= -1.375000e+02
fz1= 10
fz2= 10
mx1= 0
mx2= 0
my1= 3.666667e+02
my2= 3.416667e+02
mz1= 0
mz2= 100
```

Figura 6.2.1.- Format de l'arxiu de text d'esforços d'encastament perfecte.

En el proper capítol del Treball final d'estudis es presentaran i comentaran els codis MATLAB fonamentals per a la resolució del problema tridimensional.

Capítol 7

Codis MATLAB fonamentals

En aquest capítol es presentaran i comentaran els codis MATLAB fonamentals en que es basa aquest software de càlcul estructural. Només es comentarà el funcionament dels codis essencials. El codi complet s'adjunta en la secció d'annexos

7.1 Codi “*Portal2.m*”

La funció Portal2 és la funció principal d'aquest programa de càlcul estructural. S'encarrega d'unir tots els codis MATLAB, necessaris per a la resolució del problema estructural. S'estructura en diferents apartats que es mostren a continuació. El codi complet es mostra a l'Annex 2.

La figura 7.1.1 mostra el format d'inici de la funció Portal2.m. A la figura 7.1.2, es fa una captura de com la funció fa una crida als arxius de dades on estan els valors estructurals del problema a resoldre.

```
function varargout = Portal2(varargin)
% PORTAL2 MATLAB code for Portal2.fig
%     PORTAL2, by itself, creates a new PORTAL2 or raises the existing
%     singleton*.
%
%     H = PORTAL2 returns the handle to a new PORTAL2 or the handle to
%     the existing singleton*.
%
%     PORTAL2('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%     function named CALLBACK in PORTAL2.M with the given input arguments.
%
%     PORTAL2('Property','Value',...) creates a new PORTAL2 or raises the
%     existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
%     applied to the GUI before Portal2_OpeningFcn gets called. An
%     unrecognized property name or invalid value makes property application
%     stop. All inputs are passed to Portal2_OpeningFcn via varargin.
%
%     *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
%     instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help Portal2

% Last Modified by GUIDE v2.6 22-AUG-2017 11:26h
```

Figura 7.1.1.- Inici i presentació de la funció "Portal2.m".

```
%--- --- --- FULL OBSERVABILITY PACKAGE--- --- ---%
%           In this program, "Iz" is "EIz", Iy is "EIy" and "A" is "EA"✓
%
%--- --- ---%

% INITIAL DATA -----
% a) load example and plot -----
function Select_Example_Callback(hObject, eventdata, handles)
global Example ScreenOption
global nodecoordinates beams
global nnodes nbeams theta beamlength nsize
global DisplaNames ForcesNames Shearrotation v
```

Figura 7.1.2.- Càrrega del cas d'estudi estructural.

La següent figura mostra l'anàlisi directe, en el qual es construeix el que s'anomena com "*StiffnessMatrixSolution2*", codi que s'encarrega de donar solució a l'equació estructural plantejada en els capítols previs.

Els inputs del codi anterior són la biga en qüestió, la longitud, el nombre de nodes, el nombre d'elements que constitueixen la biga d'estudi, les coordenades dels nodes i l'angle d'inclinació de la barra.

```
% b) DIRECT ANALYSIS -----
function Direct_Callback(hObject, eventdata, handles)
global beams nnodes nbeams beamlength nsize nodecoordinates
global measur_values reactions theta Shearrotation

%--- "Calculating" bar
h = waitbar(1, 'Calculating. Please wait...');
set(findobj(h, 'type', 'patch'), 'edgecolor', 'b', 'facecolor', 'b')
for i=1:50
    waitbar(i/100)
end

%--- Calculate the stiffness matrix solution
[measur_values, reactions]=StiffnessMatrixSolution2 (beams, beamlength, nnodes, nbeams,
nsize, nodecoordinates, theta);
```

Figura 7.1.3.- Inici del procés de càlcul de l'anàlisi directe.

```
% c) CALCULUS -----
function Execute_Callback(hObject, eventdata, handles)
global beams nodecoordinates
global ScreenOption
global nnodes nbeams theta beamlength nsize
global error
global ForcesNames Measurement_set
```

Figura 7.1.4.- Desenvolupament matemàtic del càlcul estructural.

Quan es fa el llançament de la funció Portal2, es genera una interfase gràfica que serà presentada en el capítol 8 d'aquest document.

7.2 Codi “AA_ReadData2.m”

Seguidament, un altre codi fonamental, és el codi d'entrada de dades. Té un format similar al del codi creat per als esforços en barres. Funciona activant el vector “known” i inserint els valor de càrregues o característiques del material al vector “value”. Una vegada fet, es guarda, i ja es pot llançar l'exemple des de la funció Portal2.

```
function ReadDATA_Example2(Example)
global beams nodecoordinates
global knownxdydzwxwywz knownfxfyfzmxmymz knownEAIzIyGJQIzQIy knownEAEIzEIyGJEIzEQIy
knownEAIzIyGJSdirect
global valuedxdydzwxwywz valuefxfyfzmxmymz valueEAIzIyGJQIzQIy valueEAEIzEIyGJEIzEQIy
valueEAIzIyGJSdirect
global subbeamsEAIzIyGJQIzQIy
```

Figura 7.2.1.- Inicialització del codi "AA_ReadData2.m".

```
switch Example
case 'Viga biapoyada 3 tramos'
%--- GEOMETRY
nodecoordinates=L*[
    0 0 0
    1 0 0
    2 0 0
    3 0 0];

beams=[
    1 2
    2 3
    3 4];
```

Figura 7.2.2.- Definició de nodes i elements que conformen l'estructura d'estudi.

En la figura presentada anteriorment, es veu el procés de definició dels nodes i els elements que conformen l'estructura a estudiar mentre que tot seguit es mostra la introducció d'inputs al programa.

```
%--- FORCES, DISPLACEMENTS AND MECHANICAL PROPERTIES
% Displacements
knownxdydzwxwywz={[]; []; []; []; []; []}; % [dx] [dy] [dz] [wx] [wy]
[wz] introduce [] the number of node
valuedxdydzwxwywz={[]; []; []; []; []; []}; % Only boundary conditions
for each node.
% Forces
knownfxfyfzmxmymz={[]; []; []; []; []; []}; % [Fx] [Fy] [Fz] [Mx] [My]
[Mz] introduce [] the number of node
valuefxfyfzmxmymz={[]; []; []; []; []; []}; % Only external forces
applied for each node.
% Mechanical Properties
knownEAIzIyGJQIzQIy={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % [E] [A] [Iz] [Iy]
[G] [J] [QIz] [QIy] write [1] if the value is known %
valueEAIzIyGJQIzQIy={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % Known parameters.
% Introduce the real values of the E, A, Iz, Iy, G, J & S parameters
% to calculate the stiffness method solution (DIRECT SOLUTION),
% write [1] if the value is known.
knownEAIzIyGJSDirect={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % [E] [A] [Iz] [Iy] [G]
[J] [S] (S => Shear Area)
valueEAIzIyGJSDirect={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % Real values.
% Indicate the list of beams
knownEAEIzEIyGJEQIzEQIy={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % [EA] [EIz] [EIy] [GJ]
[EQIz] [EQIy]
valueEAEIzEIyGJEQIzEQIy={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % Real values.
% Differents types of beams
subbeamsEAIzIyGJQIzQIy={[]; []; []; []; []; []; []; []}; % [E] [A] [Iz]
[Iy] [G] [J] [QIz] [QIy] write [1] for each beam. In this case as there are 2 beams:
[1] [1] one for each beam.
```

Figura 7.2.3.- Introducció d'inputs al software.

7.3 Codi **“AssemblingModifiedStiffnessMatrixNEW2.m”**

Uns codis que cobren especial rellevància en tot el procés d'anàlisi estructural són els d'acoblament, tant en dues dimensions com en el cas espacial. Seguidament es mostra el cas global.


```
function GSM=AssemblingModifiedStiffnessMatrixNEW2(beams,beamlength,nodecoordinates,
nnodes,nbeams,nsiz)

global Symbway

if Symbway==0
    GSM=zeros(6*nnodes,nsiz);
else
    GSM=sym(zeros(6*nnodes,nsiz));
end
```

Figura 7.3.1.- Inicialització del codi d'acoblament global.

7.4 Codi “*AssemblingLocalStiffnessMatrix2.m*”

Per tal de poder definir l'acoblament en coordenades globals, prèviament ha hagut de ser definit en coordenades locals. Es mostra tot seguit.

```
function LSM=AssemblingLocalStiffnessMatrix2(beams,beamlength,nbeams)

global Symbway

if Symbway==0
    LSM=zeros(12*nbeams,60);
else
    LSM=sym(zeros(12*nbeams,60));
end

%---AssemblingLocalStiffnessMatrix2
for beam=1:nbeams
    sM=ElementalMStiffnessMatrix2(beamlength(beam));
    LSM(12*beam-11:12*beam,1:60)=LSM(12*beam-11:12*beam,1:60)+sM(1:12,1:60);
end

function mm2=ElementalMStiffMatrix2(L)
```

Figura 7.4.1.- Presentació del codi d'acoblament per al cas global.

7.5 Codi “*CreateForcesVector2.m*”

Amb la funció presentada sota el nom de “*CreateForcesVectr2.m*” es mostra el codi on es crea el vector de forces tridimensional. Com es pot observar, existeixen les tres components de forces reacció així com també les respectives tres components de moment.

```
function ForcesNames=CreateForcesVector2 (nnodes)
global ScreenOption

ForcesNames=cell(6*nnodes,1);
%--- Forces and force-pair variables
for i=1:nnodes
    pos=6*i-5;
    ForcesNames{pos}=['Rx' sprintf('%04.0f',i)];
    ForcesNames{pos+1}=['Ry' sprintf('%04.0f',i)];
    ForcesNames{pos+2}=['Rz' sprintf('%04.0f',i)];
    ForcesNames{pos+3}=['Mx' sprintf('%04.0f',i)];
    ForcesNames{pos+4}=['My' sprintf('%04.0f',i)];
    ForcesNames{pos+5}=['Mz' sprintf('%04.0f',i)];
end
```

Figura 7.5.1.- Presentació de la funció "CreateForcesVector2.m".

7.6 Codi “ForcesAndDisplacements2.m”

Tal i com es mostra en l'equació (4.1) del Capítol 4 d'aquest document, cal tenir generat un vector de forces i desplaçaments per tal de procedir a la solució mitjançant el mètode de la rigidesa. El codi següent és el que s'encarrega de definir aquest vector en l'espai.

```
function [ForcesNames,DisplaNames]=ForcesandDisplacements2 (nnodes)
global knowndxdydzwxwywz

ForcesNames=cell(6*nnodes,1); %Forces defined as a matrix (6x1)
Displacements=cell(6*nnodes,1); %Displacements defined as a matrix (6x1)
```

Figura 7.6.1.- Presentació de la funció "ForcesandDisplacements2.m".

Aquest codi, presentat en la figura anterior, defineix les forces i els desplaçaments, en matrius 6x1 per a cada cas.

```
for node=1:nnodes
    pos=6*node-5;
    ForcesNames{pos}=['Rx' sprintf('%04.0f',node)];
    ForcesNames{pos+1}=['Ry' sprintf('%04.0f',node)];
    ForcesNames{pos+2}=['Rz' sprintf('%04.0f',node)];
    ForcesNames{pos+3}=['Mx' sprintf('%04.0f',node)];
    ForcesNames{pos+4}=['My' sprintf('%04.0f',node)];
    ForcesNames{pos+5}=['Mz' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos}=['dx' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos+1}=['dy' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos+2}=['dz' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos+3}=['wx' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos+4}=['wy' sprintf('%04.0f',node)];
    Displacements{pos+5}=['wz' sprintf('%04.0f',node)];
```

Figura 7.6.2.- Matriu final 12x1 amb les components de forces i desplaçaments.

Finalment, es crea una matriu 12x1, seguint l'esquema de l'equació (4.1), on queden emmagatzemats totes les forces i desplaçaments tal i com s'observa en la figura 7.6.2.

7.7 Codi “Displacements2.m”

Amb la funció següent que té per nom “Displacements2.m” es presenta el codi on es crea el vector de desplaçaments espacial. Com es pot observar, existeixen les tres components de desplaçament en els tres eixos i les seves respectives components de gir.

```
function [KnownName,valuevars]=Displacements2(ForcesNames,nnodes,nbeams)
```

Figura 7.7.1.- Introducció de la funció que genera els desplaçaments.

```
%--- Displacements & forces
[r c]=size(knownxdydzwxwywz);
auxvar='dxdydzwxwywz';

for node=1:nnodes
    for j=1:6
        pos=find(node==knownxdydzwxwywz{j,:});
        % if ~isempty(pos) && valuedxdydzwxwywz{j}(pos)==0
            KnownName(ind)=sprintf('%s%04.0f',auxvar(j),node);
            valuevars=[valuevars valuedxdydzwxwywz{j}(pos)];
        % else
        %     KnownName(ind)=ForcesNames(6*(node-1)+j);
        %     valuevars=[valuevars KnownName(ind)];
        % end
        ind=ind+1;
    end
end
```

Figura 7.7.2.- Definició dels desplaçaments en les seves 6 components.

En el proper capítol del document, es mostrarà la interfase gràfica de treball per a l'usuari del programa.

Capítol 8

Interfase gràfica MATLAB

En aquest capítol del document, es presentarà la interfase gràfica del programari de resolució estructural.

En els anteriors capítols, s'ha precisat el funcionament del codi i les funcions principals per al llançament d'aquest.

Un cop s'han carregat les dades estructurals al arxiu *“AA_ReadData2.m”*, el programa està llest per ser llançat. Aquest llançament es fa mitjançant la funció *“Portal2.m”*, funció presentada ja anteriorment en aquest document.

Un cop llançada aquesta funció, es genera la interfase gràfica mitjançant la qual interactua l'usuari. És a partir d'aquesta, on s'ordena al codi que solucioni el problema estructural, que exporti els resultats o altres funcions desitjades pel programador. Seguidament es mostraran un conjunt de figures que permetran entendre la interfase gràfica amb més detall.

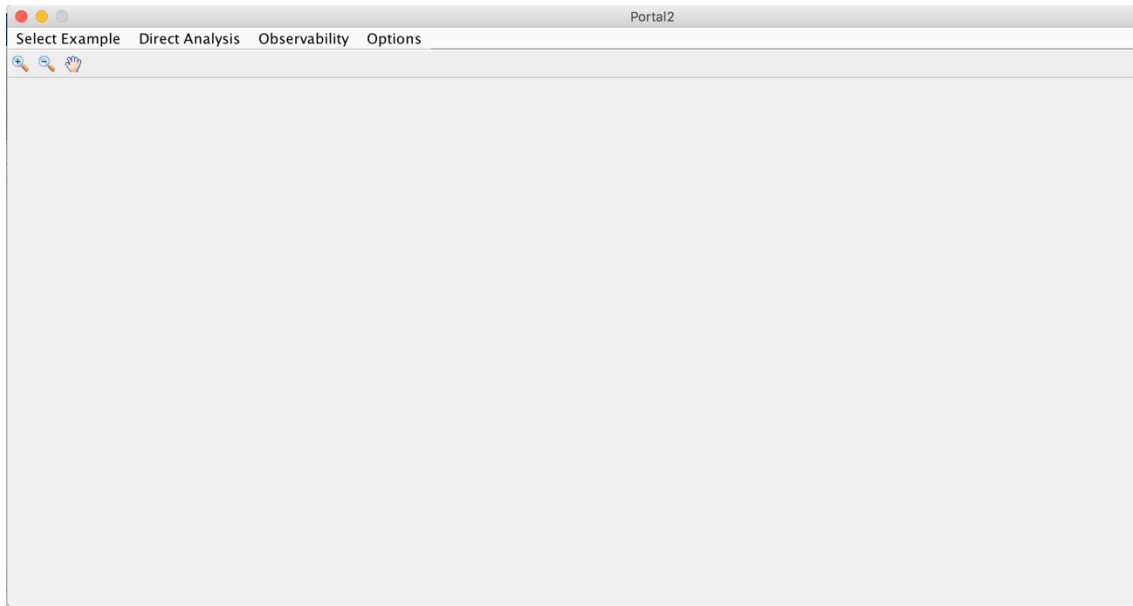


Figura 8.1.- Llançament de la funció "Portal2.m" i generació de la interfase gràfica.

Un cop es genera la interfase gràfica, cal seleccionar el problema estructural que es desitja resoldre.

Per fer-ho, mitjançant, el “*Select Example*” ubicat a la part superior esquerra s’accedeix a l’explorador d’arxius de l’ordinador. Cal carregar el codi “*AA_ReadData2.m*”, mencionat en l’anterior capítol d’aquest document.

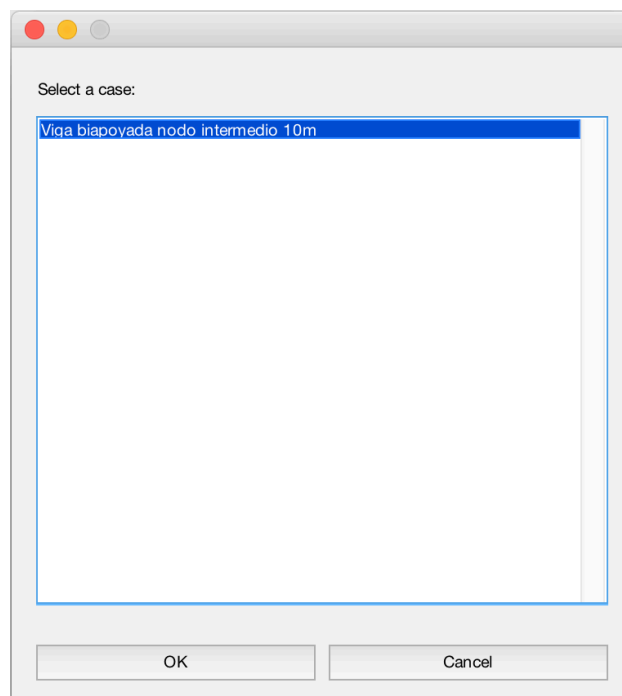


Figura 8.2.- Càrrega del problema estructural.

Mitjançant el “*Perform Analysis*” s’ordena al software que realitzi tot el procediment de càlcul estructural i crea un arxiu de text emmagatzemant tots els resultats numèrics de reaccions i desplaçaments.

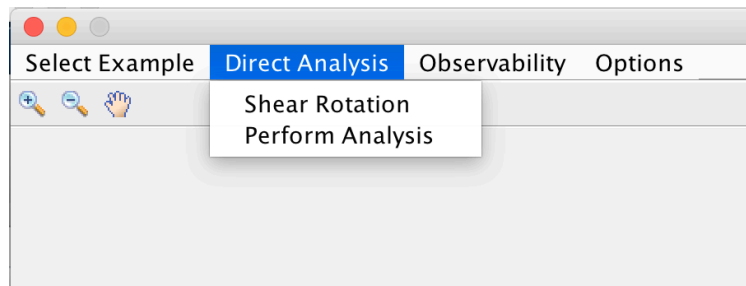


Figura 8.3.- Opcions de la interfase gràfica.

El software també possibilita l'opció d'extreure els valors de càrregues inputs en formats de taula per a posteriors usos.

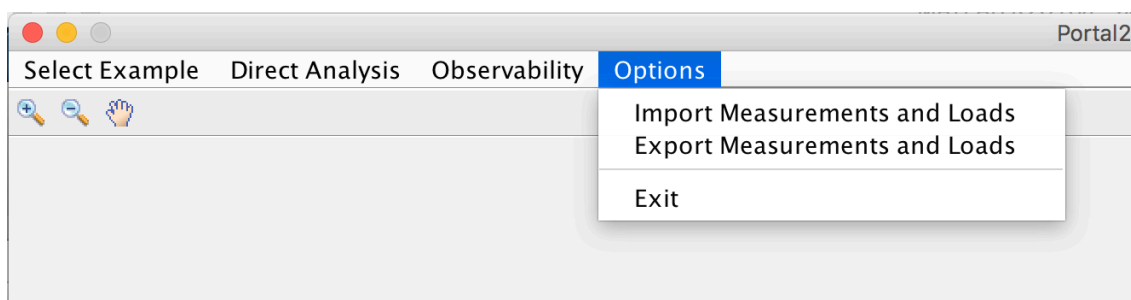


Figura 8.4.- Altres opcions de la interfase gràfica.

Amb aquest capítol es dona per finalitzat l'anàlisi estructural i la presentació dels codis principals realitzats així com de la interfase gràfica.

El software ara, està en condicions de ser validat i presentar conclusions i resultats en el proper capítol.

Capítol 9

Conclusions i validació del codi

En els capítols inicials han quedat establertes les bases estructurals, i en els dos anteriors, ha quedat definit el codi. En aquest apartat es procedirà doncs, a la validació del mateix.

Aquesta validació s'organitzarà en dues etapes. Primerament, es crearà un exemple amb el software de càlcul estructural Midas Civil, aplicat a un pont atirantat. D'aquest exemple, es desprendran les lleis d'esforços amb els seus corresponents diagrames per a la biga del pont.

Un cop realitzat aquest exemple, es procedirà a realitzar-lo també amb el codi MATLAB creat. Es calcularan primer els esforços d'encastament perfecte resultants del pes propi de la biga del pont, obtenint un primer full de resultats. Posteriorment aquests valors obtinguts s'introduiran com càrregues nodals i es procedirà al càlcul estructural de les lleis d'esforços a la biga. Finalment es comprovarà que tant amb Midas com amb MATLAB els valors obtinguts coincideixin.

9.1 Presentació i dades tècniques de l'exemple

9.1.1 Característiques del Pont d'Arriaca (Guadalajara)

En les següents taules i figures es presenta l'exemple simplificat en el que es basarà el càlcul estructural de validació.



Pont d'Arriaca

Localització Ronda Nord Guadalajara

Projectista Estudi AIA

Constructora Ferrovial – Agroman

Promotora Junta de Comunitats



Figura 9.1.1.1.- Característiques del Pont d'Arriaca (Guadalajara).

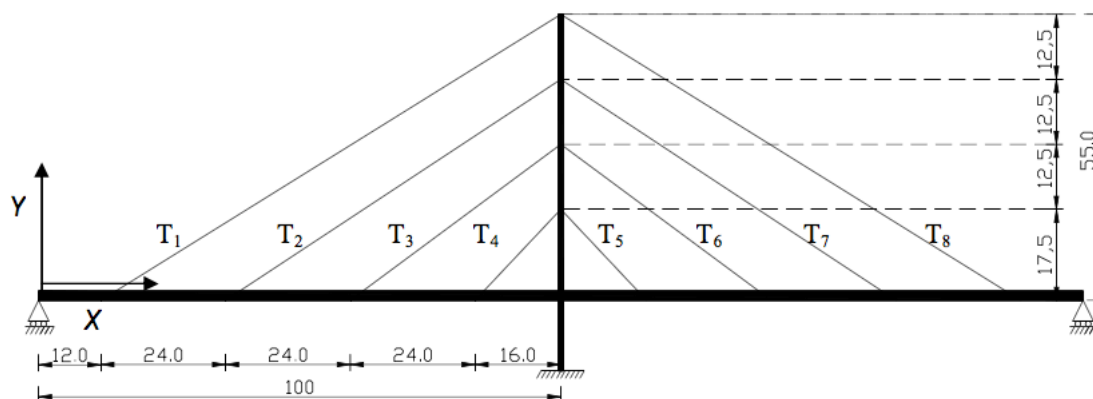


Figura 9.1.1.2.- Model simplificat del Pont d'Arriaca a Guadalajara [m].

Element	E (MPa)	Àrea (m ²)	I_x (m ⁴)	I_y (m ⁴)
Biga	210000	2.10	1.90	5.00
Pilar	210000	0.80	0.20	1.00
Tirants	195000	0.02	0.00	0.00

Taula 9.1.1.1.- Definició de les dades dels materials.

La taula anterior presenta els valors de les característiques estructurals com són els moments d'inèrcia, l'àrea de la secció transversal i el mòdul de Young.

Element	kN/m
Pes biga durant el procés de tesat	135
Pes de la biga després del procés de tesat	205
Pes del pilar	7

Taula 9.1.1.2.- Càrregues a aplicar a l'exemple.

Cal remarcar que, en el procés de càlcul per determinar les sol·licitacions, es treballarà amb el pes propi de la biga després del procés de tesat.

9.1.2 Procés constructiu del Pont d'Arriaca (Guadalajara)

Seguidament es mostren dues imatges de la construcció del pont d'Arriaca.

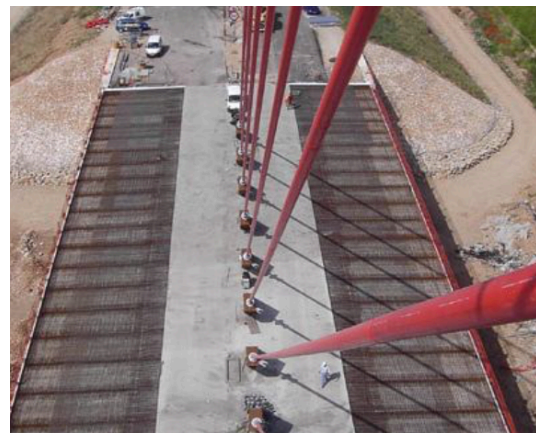


Figura 9.1.2.1.- Procés constructiu del Pont d'Arriaca.

9.2 Càlcul estructural mitjançant Midas Civil

Una vegada presentat l'exemple que es durà a terme, en les següents figures es mostra el procés i resultats obtinguts amb el software Midas Civil.

9.2.1 Definició estructural (nodes i barres)

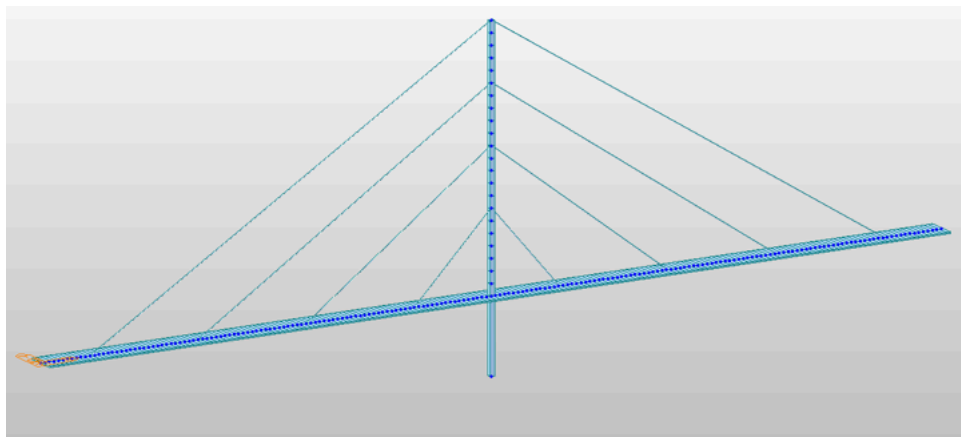


Figura 9.2.1.1.- Generació del model en Midas Civil.

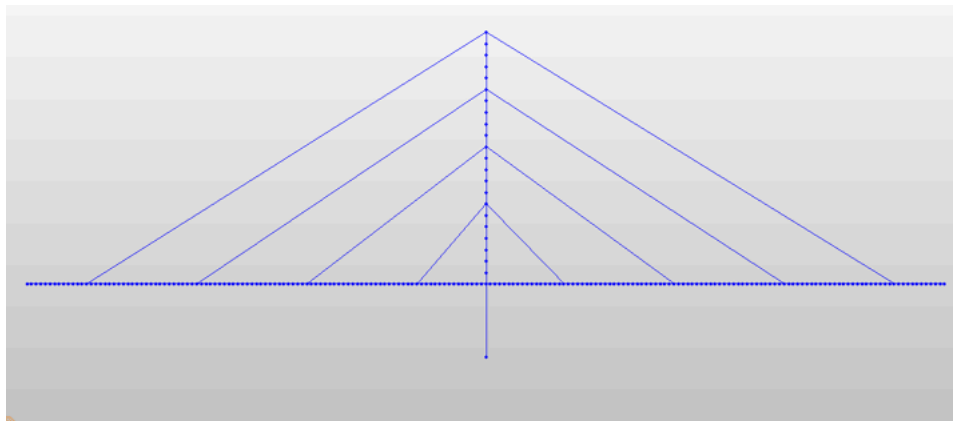


Figura 9.2.1.2.- Generació del model simplificat.

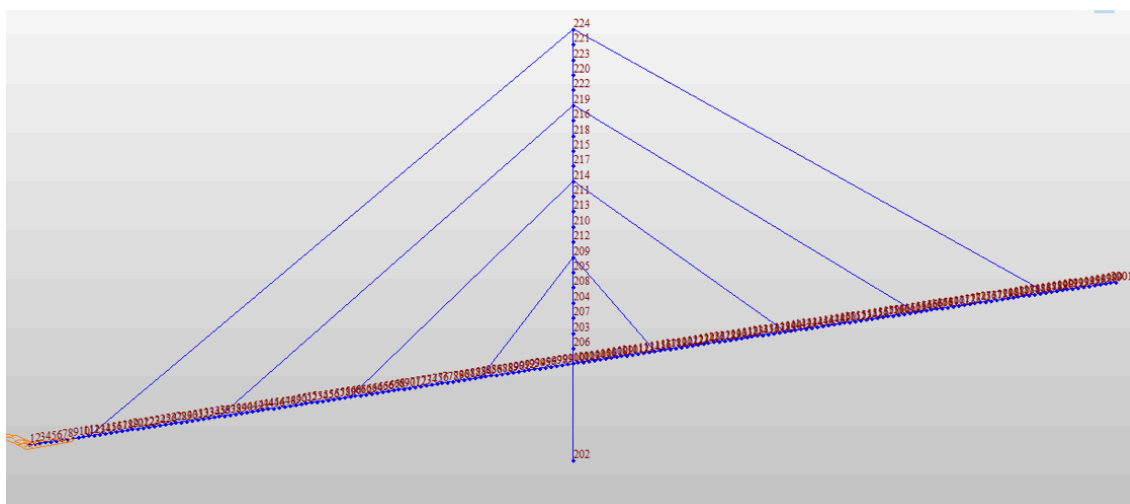


Figura 9.2.1.3.- Definició dels nodes de l'estructura.

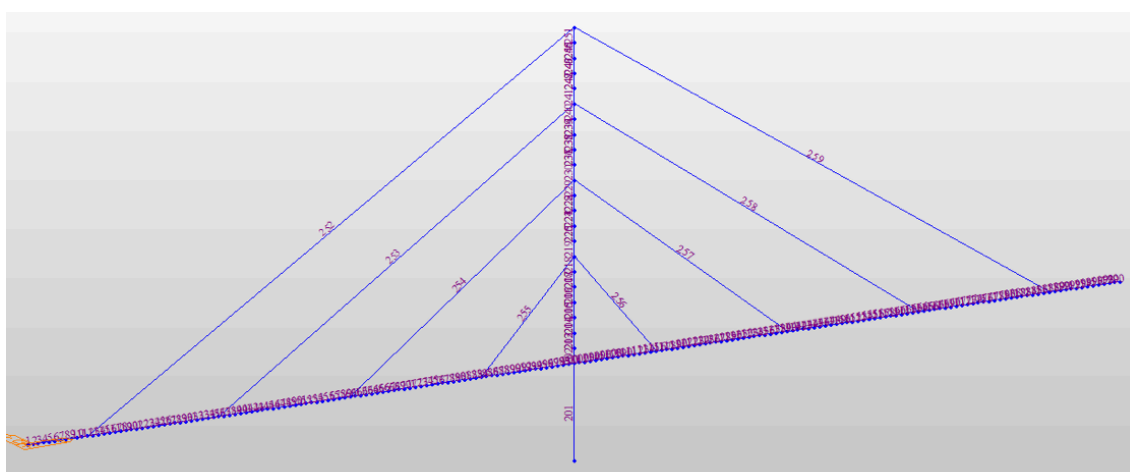


Figura 9.2.1.4.- Definició dels elements de l'estructura.

Un cop definida l'estructura amb els seus nodes i barres, és moment de definir les condicions de contorn als extrems i els estats de càrrega.

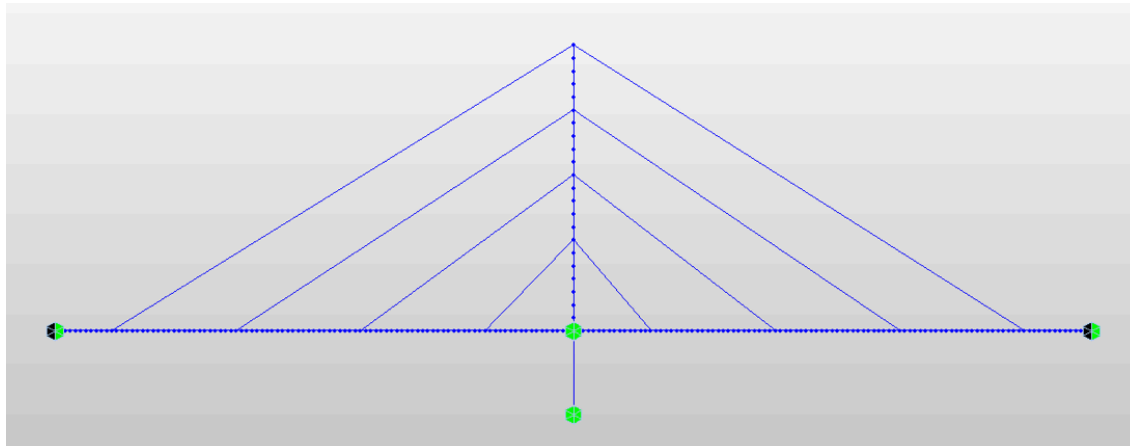


Figura 9.2.1.5.- Condicions de contorn.

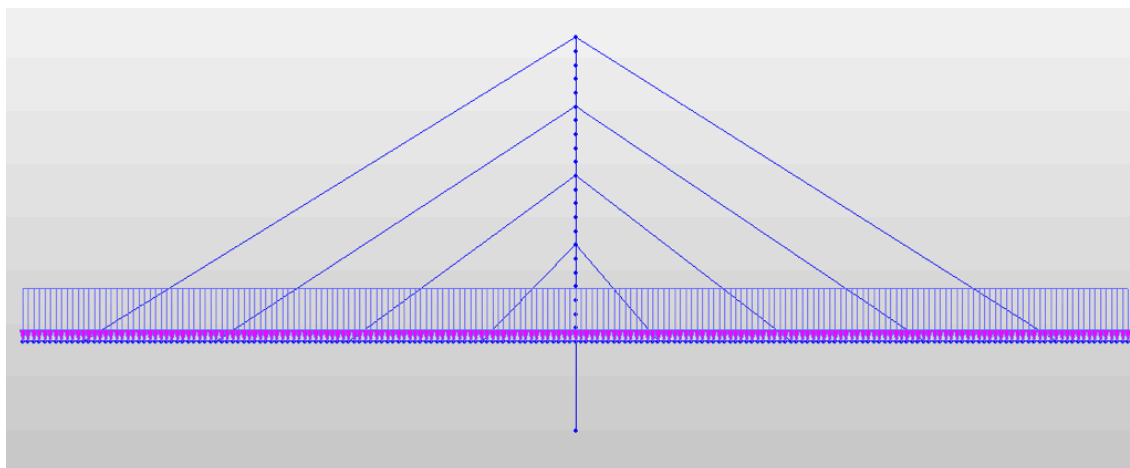


Figura 9.2.1.6.- Estat de càrrega de la biga del pont.

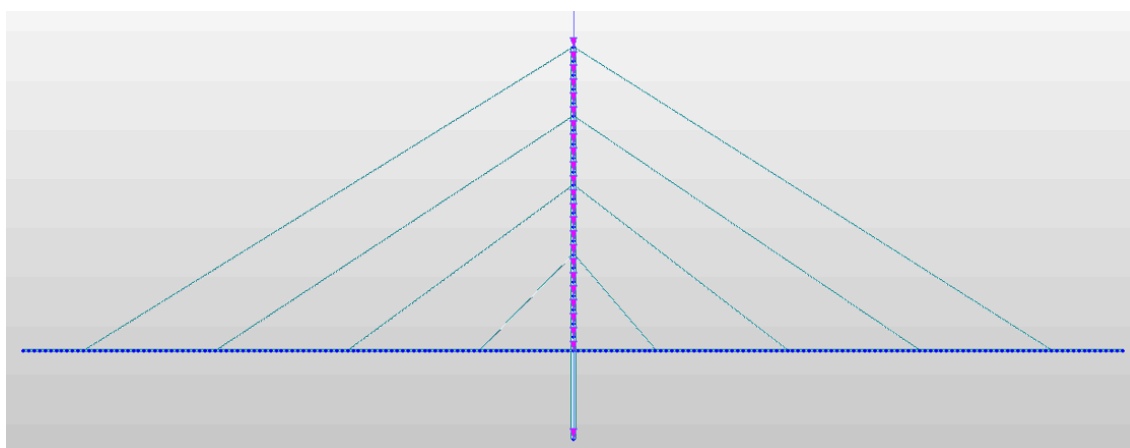


Figura 9.2.1.7.- Estat de càrrega del pilar del pont.

La Figura 9.2.1.5 mostra les condicions de contorn aplicades a l'estructura d'estudi, dos encastaments i dos recolzaments.

Les altres dues figures mostren els estats de càrrega aplicats a l'estructura. Una vegada definits aquests últims, es pot procedir a l'obtenció de les lleis d'esforços tal i com es mostra en l'apartat 9.2.3 d'aquest capítol.

9.2.2 Lleis d'esforços

Durant el procés constructiu de ponts atirantats, abans d'incorporar els tirants a l'estructura, aquesta es va construir sobre suports provisionals, que després s'extreuen i són substituïts pels tirants esmentats. Per tant, es considerarà una simplificació del model presentat anteriorment, mitjançant una biga continua simplement recolzada tal i com es mostra en la figura següent amb les corresponents condicions de contorn.

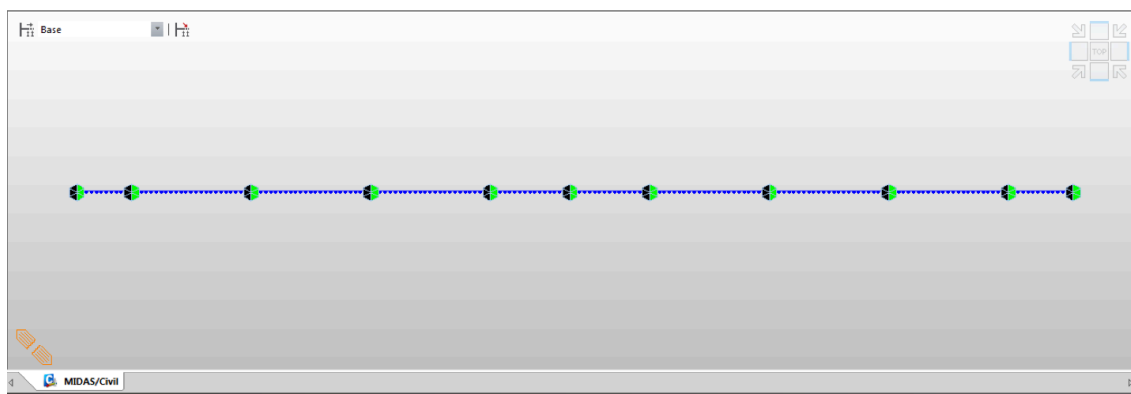


Figura 9.2.2.1.- Representació de les noves condicions de contorn.

Les noves condicions de contorn són doncs recolzaments simples. Seguidament es mostraran les lleis d'esforços per a la biga estudiada amb el cas de càrrega corresponent al pes propi de 205 kN/m tal i com es presenta a la taula 9.1.1.2. Abans però, és necessari obtenir les reaccions als recolzaments, i això es mostra a continuació.

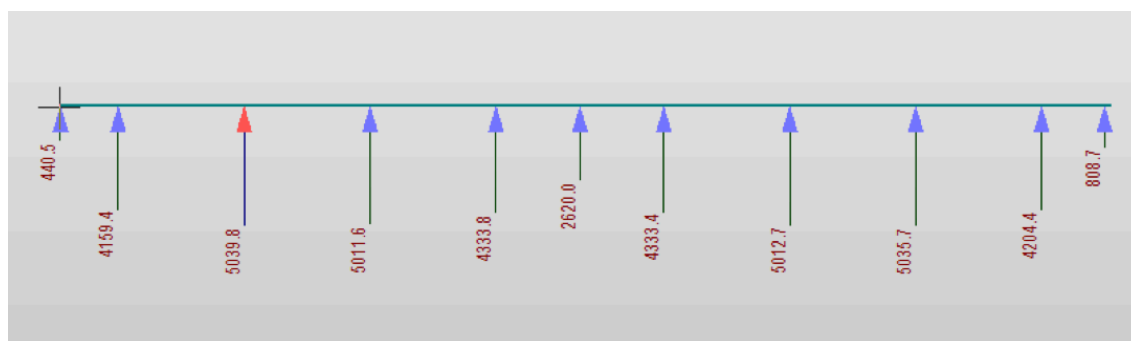


Figura 9.2.2.2.- Reaccions a la biga

Aquests valors seran contrastats en els propers apartats de la validació amb els obtinguts pel MATLAB. Passem a mostrar les lleis d'esforços.

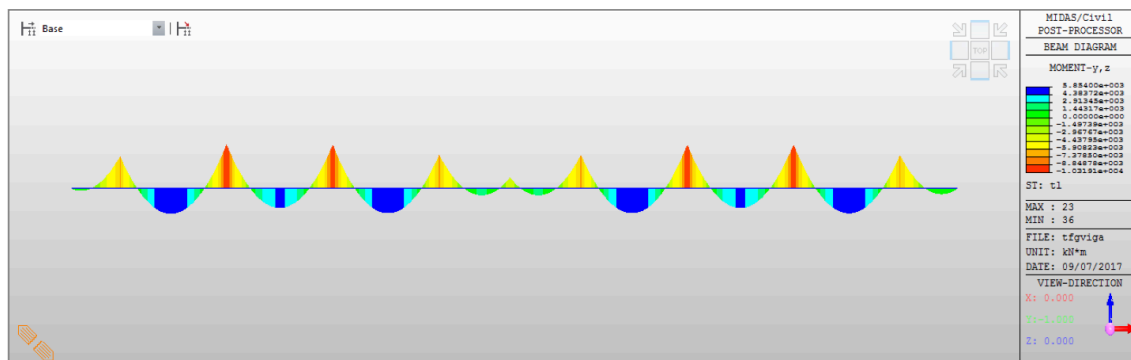


Figura 9.2.2.3.- Diagrama de moments flectors per al cas del pes propi.

Primerament s'ha mostrat la llei de moments flectors degut al cas de càrrega esmentat. Per tal de facilitar la lectura de resultats s'incorporarà una taula per a cada diagrama d'esforços amb els valors obtinguts en els nusos d'estudi.

Element	Càrrega	Part	Moment [kNm]
1	TL	I [1]	0
1		J [2]	338
2		I [2]	-7556.8
2		J [3]	-7556.8
3		I [3]	-10319.1
3		J [4]	-7956.9
4		I [4]	-10206.4
4		J [5]	-7752.6
5		I [5]	-7895
5		J [6]	-6027.4
6		I [6]	-2614
6		J [7]	-1406.4
7		I [7]	-7893.7
7		J [8]	-5632.7
8		I [8]	-10210.8
8		J [9]	-7857.3
9		I [9]	-10302.7
9		J [10]	-7833.4
10		I [10]	-102.5
10		J [11]	0

Taula 9.2.2.1.- Valors esforç Moment Flector.

A continuació es mostraran els diagrames de tallants corresponents al mateix estat de càrrega amb la seva taula de resultats corresponent.

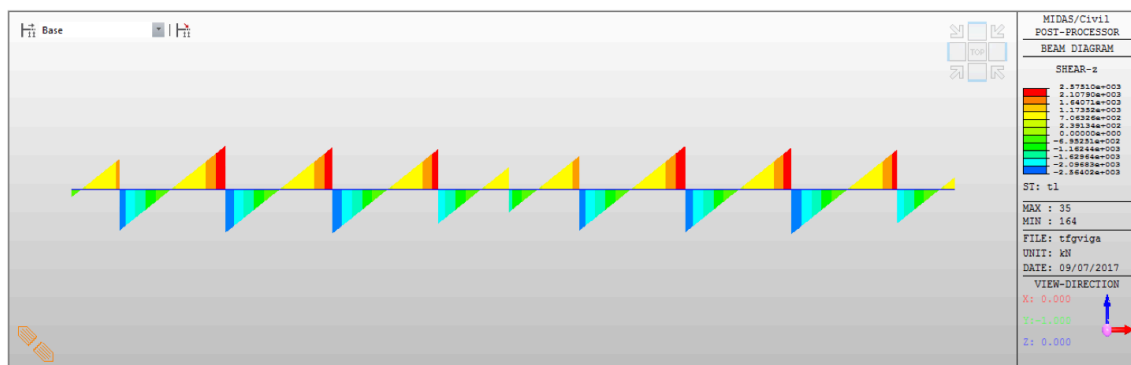


Figura 9.2.2.4.- Diagrama d'esforços tallants degut al pes propi de la biga.

Element	Càrrega	Part	Tallant-z [kN]
1	TL	I [1]	-440.5
1		J [2]	-235.5
2		I [2]	-2344.9
2		J [3]	-2139.9
3		I [3]	-2464.7
3		J [4]	-2259.7
4		I [4]	-2556.3
4		J [5]	-2352.3
5		I [5]	-1970.1
5		J [6]	-1765.1
6		I [6]	-1310
6		J [7]	-1105
7		I [7]	-2363.5
7		J [8]	-2158.5
8		I [8]	-2456.2
8		J [9]	-2251.2
9		I [9]	-2571.9
9		J [10]	-2366.9
10		I [10]	603.72
10		J [11]	-205

Taula 9.2.2.2.- Resultats d'esforç Tallant

Amb la taula anterior es dona per finalitzat l'apartat del càlcul estructural mitjançant el software de càlcul Midas Civil. Es procedeix en l'apartat 9.3 d'aquest capítol al càlcul mitjançant MATLAB.

9.3 Càlcul estructural mitjançant MATLAB

9.3.1 Definició estructural (Nodes i barres)

Seguidament, seguint el codi “AA_ReadData2.m” es procedirà a la definició estructural del cas a estudiar que es presenta en les següents figures. Es definirà una biga amb les mateixes característiques que la presentada a la figura 9.2.2.1.

```
switch Example
case 'Viga puente Arriaca (Guadalajara)'
    nodecoordinates=L*[ 0  0  0
                      12 0  0
                      36 0  0
                      60 0  0
                      84 0  0
                      100 0 0
                      116 0 0
                      140 0 0
                      164 0 0
                      188 0 0
                      200 0 0
```

Figura 9.3.1.1.- Definició dels nodes de l'estructura

```
beams=[ 1 2
        2 3
        3 4
        4 5
        5 6
        6 7
        7 8
        8 9
        9 10
        10 11
```

Figura 9.3.1.2.- Definició de les barres que conformen l'estructura.

9.3.2 Esforços d'encastament perfecte

Com hem especificat en les bases del mètode de la Rigidesa, les càrregues en barres necessiten ser transformades a càrregues nodals. Per fer-ho usem el codi MATLAB que s'ha presentat en el Capítol 6. Obtindrem 3 fulls de resultats, un per al tram de 12 metres, un altre pel de 24 metres i finalment un últim pel tram de 16 metres. Per als altres trams aprofitarem els resultats, ja que són les mateixes distàncies.

En les figures que seguidament es mostren, s'observa clarament aquests fulls de resultats.

```

fx1= 0
fx2= 0
fy1= 0
fy2= 0
fz1= 1230
fz2= 1230
mx1= 0
mx2= 0
my1= 0
my2= 0
mz1= -2460
mz2= -2460
    
```

Figura 9.3.2.1.- Esforços d'encastament perfecte per al tram de 12 metres.

```

fx1= 0
fx2= 0
fy1= 0
fy2= 0
fz1= 2460
fz2= 2460
mx1= 0
mx2= 0
my1= 0
my2= 0
mz1= -9840
mz2= -9840
    
```

Figura 9.3.2.2.- Esforços d'encastament perfecte per al tram de 24 metres.

```

fx1= 0
fx2= 0
fy1= 0
fy2= 0
fz1= 1640
fz2= 1640
mx1= 0
mx2= 0
my1= 0
my2= 0
mz1= -4.373333e+03
mz2= -4.373333e+03
    
```

Figura 9.3.2.3.- Esforços d'encastament perfecte per al tram de 16 metres.

Una vegada presentats els esforços d'encastament perfecte, es poden definir les càrregues nodals i procedir a l'anàlisi estructural.

9.3.3 Càrregues nodals

La imatge següent mostra la introducció de les càrregues anteriors al codi "AA_ReadData2.m" per tal de procedir al càlcul de les lleis d'esforços.


```

%--- FORCES, DISPLACEMENTS AND MECHANICAL PROPERTIES
% Displacements
knownxdydzwxwywz=[1 6 11 12]; [1 6 11 12]; [1 6 11 12]; [11 12]; [11 12]; [11 12]; % [dx] [dy] [dz] [wx] [wy] [wz] introduce [] the n
valuedxdydzwxwywz=[0 0 0 0]; [0 0 0 0]; [0 0 0 0]; [0 0]; [0 0]; [0 0]; % Only boundary conditions for each node.
% Forces
knownfxfyfzmxmymz=[[]; []; [1 2 3 4 5 7 8 9 10 11]; []; []; [1 2 3 4 5 7 8 9 10 11]]; % [fx] [fy] [fz] [mx] [my] [mz] introduce [] the n
valuefxfyfzmxmymz=[[]; []; [1230 3690 4920 4920 4100 4100 4920 4920 3690 1230]; []; []; [2460 12300 19680 19680 14213 14213 19680 19680 12
% Mechanical Properties
knownEAIzIyGJQIzQIy=[1]; []; []; []; []; []; []; []; % [E] [A] [Iz] [Iy] [G] [J] [QIz] [QIy] write [1] if the value is known %
valueEAIzIyGJQIzQIy=[121000000]; []; []; []; []; []; []; []; % Known parameters.
% Introduce the real values of the E, A, Iz, Iy, G, J & S parameters
% to calculate the stiffness method solution (DIRECT SOLUTION),
% write [1] if the value is known.
knownEAIzIyGJdirect=[1]; [1]; [1]; [1]; []; []; [1]; % [E] [A] [Iz] [Iy] [G] [J] [S] (S => Shear Area)
valueEAIzIyGJdirect=[30000000]; [1]; [1.9]; [5.0]; []; []; [2.10]; % Real values.
% Indicate the list of beams
knownEAEIzEIyGJEIzEQIy=[[]; []; []; []; []; []; []; []; % [EA] [EIz] [EIy] [GJ] [EQIz] [EQIy]
valueEAEIzEIyGJEIzEQIy=[[]; []; []; []; []; []; []; []; % Real values.
% Different types of beams
subbeamsEAIzIyGJQIzQIy=[(1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1); [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]; [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]; [1 1 1 1 1 1 1
    
```

Figura 9.3.3.1.- Definició de càrregues i condicions de contorn.

Les càrregues introduïdes a la figura 9.3.3.1 són les nodals, corresponents als esforços d'encastament perfecte calculats anteriorment. En la secció d'annexos, concretament en l'annex 2, hi es tot el codi.

9.3.4 Resultats finals

La nostra interfase de càlcul no té integrada la funció de la representació gràfica espacial (Línies futures de treball), es centra exclusivament en el càlcul estructural del cas.

En les figures presentades a continuació, es mostren els valors de les reaccions i les corresponents lleis d'esforços en la biga del pont degudes a l'estat de càrrega que es porta treballant al llarg d'aquest capítol.

```

--- Reactions
Rx0001 = 0
Ry0001 = 0
Rz0001 = 440.5
Mx0001 = 0
My0001 = 0
Mz0001 = 0
Rx0002 = 0
Ry0002 = 0
Rz0002 = 4159.4
Mx0002 = 0
My0002 = 0
Mz0002 = 0
Rx0003 = 0
Ry0003 = 0
Rz0003 = 5039.8
Mx0003 = 0
My0003 = 0
Mz0003 = 0
Rx0004 = 0
Ry0004 = 0
Rz0004 = 5011.6
Mx0004 = 0
My0004 = 0
Mz0004 = 0
Rx0005 = 0
Ry0005 = 0
Rz0005 = 4333.8
Mx0005 = 0
My0005 = 0
Mz0005 = 0
Rx0006 = 0
Ry0006 = 0
Rz0006 = 2620
Mx0006 = 0
My0006 = 0
Mz0006 = 0

Rx0007 = 0
Ry0007 = 0
Rz0007 = 4333.4
Mx0007 = 0
My0007 = 0
Mz0007 = 0
Rx0008 = 0
Ry0008 = 0
Rz0008 = 5012.7
Mx0008 = 0
My0008 = 0
Mz0008 = 0
Rx0009 = 0
Ry0009 = 0
Rz0009 = 5035.8
Mx0009 = 0
My0009 = 0
Mz0009 = 0
Rx0010 = 0
Ry0010 = 0
Rz0010 = 4204.4
Mx0010 = 0
My0010 = 0
Mz0010 = 0
Rx0011 = 0
Ry0011 = 0
Rz0011 = 808.7
Mx0011 = 0
My0011 = 0
Mz0011 = 0
    
```

Figura 9.3.4.1.- Reaccions obtingudes amb MATLAB

---	Stresses	N	Qy	Qz	Mx	My	Mz
beam 1	node 1	0	0	-440.5	0	0	0
beam 1	node 2	0	0	-235.5	0	338.02	0
beam 2	node 2	0	0	-2344.9	0	-7556.8	0
beam 2	node 3	0	0	-2139.9	0	-7556.8	0
beam 3	node 3	0	0	-2464.7	0	-10319.1	0
beam 3	node 4	0	0	-2259.7	0	-7956.9	0
beam 4	node 4	0	0	-2556.3	0	-10206.4	0
beam 4	node 5	0	0	-2352.3	0	-7752.6	0
beam 5	node 5	0	0	-1970.1	0	-7895	0
beam 5	node 6	0	0	-1765.1	0	-6027.4	0
beam 6	node 6	0	0	-1310	0	-2614	0
beam 6	node 7	0	0	-1105	0	-1406.4	0
beam 7	node 7	0	0	-2363.5	0	-7893.7	0
beam 7	node 8	0	0	-2158.5	0	-5632.7	0
beam 8	node 8	0	0	-2456.2	0	-10210.8	0
beam 8	node 9	0	0	-2251.2	0	-7857.3	0
beam 9	node 9	0	0	-2571.9	0	-10302.7	0
beam 9	node 10	0	0	-2366.9	0	-7833.4	0
beam 10	node 10	0	0	603.7	0	-102.5	0
beam 10	node 11	0	0	-205	0	0	0

Figura 9.3.4.2.- Lleis d'esforços obtingudes amb MATLAB.

Degut a que en el cas d'exemple, només existien càrregues verticals en l'estructura, les reaccions són corresponents doncs, als eixos on hi ha càrrega, és a dir, només hi haurà reaccions en l'eix vertical.

9.4 Comentaris finals

Com a conclusió final d'aquest document, es pot donar per vàlida la primera versió del codi espacial MATLAB treballat al llarg d'aquest document. Es pot apreciar que els valors obtinguts en les figures 9.3.3.1 i 9.3.3.2 són coincidents amb els diagrames presentats amb les figures 9.2.2.3 i 9.2.2.4 així com amb les corresponents taules de resultats. A la secció d'annexos, es presenten també, totes les taules de resultats ampliades que s'han després directament del càlcul estructural mitjançant Midas Civil.

Seguidament es presentaran un seguit de futures línies de treball que podrien ser incorporades en una futura continuïtat d'aquest document.

9.4.1 Futures línies de treball

En aquest capítol es pretén fer incidència en alguns aspectes que es podrien incorporar en un futur a l'estudi realitzat en aquest document. Un d'ells i que facilita molt la feina a l'usuari, és la introducció de la representació gràfica, tant estructural, com de diagrames de lleis d'esforços. Ara el programari és capaç d'extreure resultats.

Un altre aspecte clau per a les estructures de formigó i que en funció del seu comportament la reacció de l'estructura varia, és la fluència. Es defineix fluència com les deformacions depenent del temps a les quals està sotmès un sòlid quan rep un estat tensional constant. Si es manté constant la deformació, hi haurà

una disminució progressiva de l'estat tensional amb el temps, cosa que es tradueix amb una manifestació del mateix fenomen que s'anomena relaxació.

Existeix una part recuperable de la deformació i una irrecuperable i poden mesurar-se en un cicle complet de càrrega i descàrrega. Fer una programació en codi MATLAB per a l'estudi de la fluència i incorporar-ho al procediment de càlcul estructural seria un punt a favor per preveure la reacció estructural.

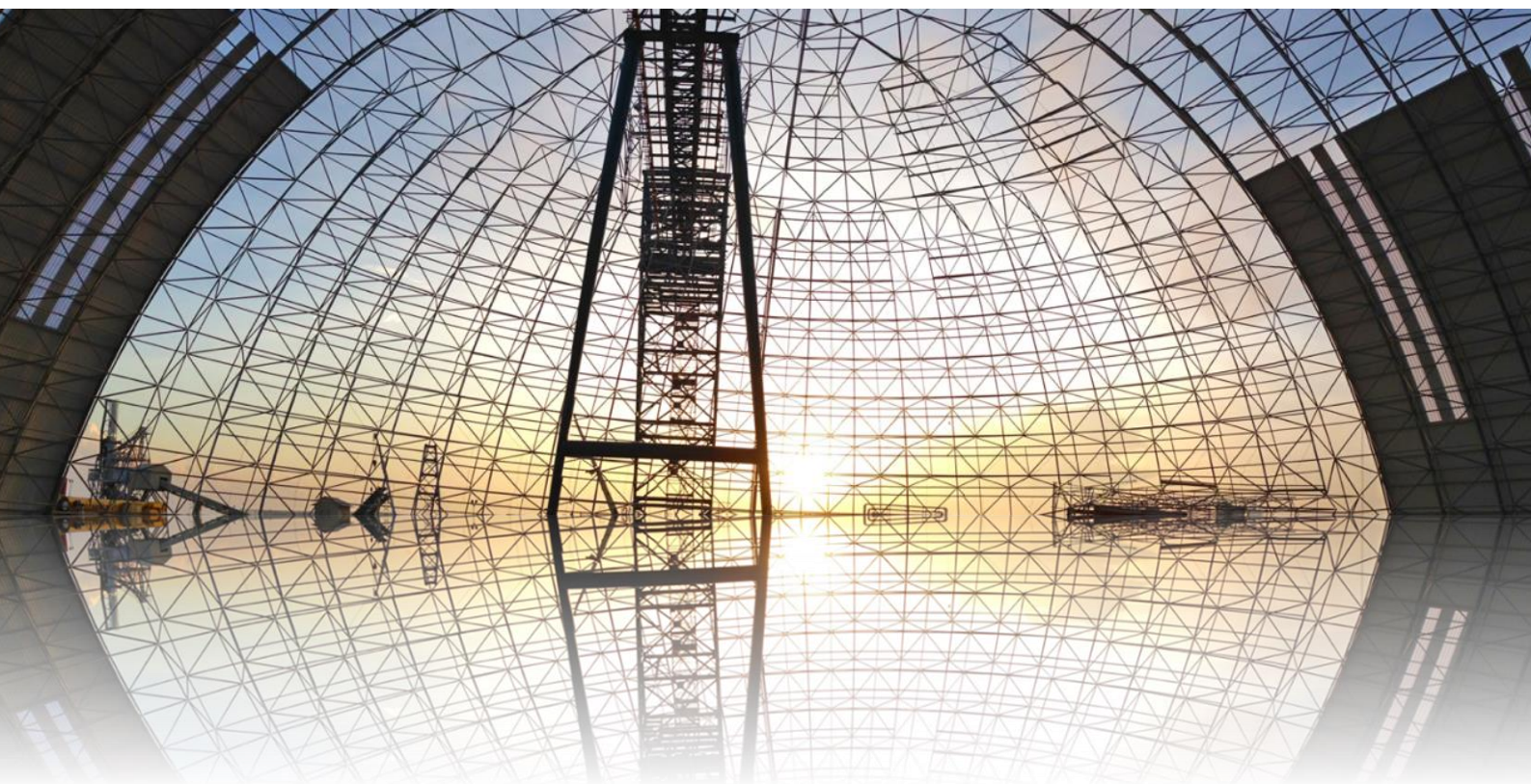
Capítol 10

Referències bibliogràfiques

- [1] Aguiar Falconi, R. (2006) ‘Dinámica de Estructuras con Matlab’.
- [2] Alvarez Marín, D. A. (2017) ‘Repaso de análisis estructural matricial’.
- [3] Cervera Ruiz, M., Blanco Díaz, E. and Suárez Arroyo, B. (2015) *Análisis matricial de estructuras*.
- [4] Connor, J. J. and Faraji, S. (2013) *Fundamentals of Structural Engineering*.
- [5] Ferreira, A. J. . (2009) ‘MATLAB Codes for Finite Element

Analysis’.

- [6] Hurtado, J. E. (2017) ‘Análisis matricial de estructuras (Curso con MATLAB)’.
- [7] Idiart, A. (2017) ‘Análisis numérico de la retracción por secado en muestras de hormigón’. Available at: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/6433/05.pdf?sequence=6> (Accessed: 4 September 2017).
- [8] Martí Montrull, P., Sánchez Olivares, G., Martínez Castejón, P. and Díaz Gómez, C. (2017) ‘Análisis de Estructuras (texto guía para prácticas)’.
- [9] Matemáticas), U. de C. (Facultad de C. F. y (2017) ‘Método de análisis directo’.
- [10] NA (2017a) ‘Análisis matricial de estructuras’.
- [11] NA (2017b) ‘Stiffness Methods for Systematic Analysis of Structures’, pp. 1–35.
- [12] Ortiz Bernardin, A. (2017) ‘Diseño de Elementos Mecánicos Capítulo 3 Análisis de Carga y Esfuerzo’.
- [13] Rus Carlborg, G. (2017a) ‘Conceptos Básicos’.
- [14] Rus Carlborg, G. (2017b) ‘Implementación computacional del método -3’.
- [15] Rus Carlborg, G. (2017c) ‘Implementación computacional del método -4’.
- [16] Rus Carlborg, G. (2017d) ‘Implementación computacional del método -5’.
- [17] Rus Carlborg, G. (2017e) ‘Implementación computacional del código’.



Barcelona, 20 de Setembre de 2017